



DÉFORMATION ET TRANSPORT D'UN FILAMENT ÉLASTIQUE DANS UN ÉCOULEMENT CELLULAIRE VISQUEUX

N. Quennouz

► To cite this version:

N. Quennouz. DÉFORMATION ET TRANSPORT D'UN FILAMENT ÉLASTIQUE DANS UN ÉCOULEMENT CELLULAIRE VISQUEUX. Physique [physics]. UPMC; UNIVERSITÉ PARIS VI – SORBONNE UNIVERSITÉS, 2013. Français. NNT: . tel-01089550

HAL Id: tel-01089550

<https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-01089550>

Submitted on 2 Dec 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DÉFORMATION ET TRANSPORT D'UN FILAMENT ÉLASTIQUE DANS UN ÉCOULEMENT CELLULAIRE VISQUEUX

présentée par
Nawal QUENNOUZ

soutenue le 24 Janvier 2013
devant le Jury composé de :

Manouk Abkarian	Rapporteur
Harold Auradou	Examineur
Cecile Cottin-Bizonne	Examinatrice
Olivia du Roure	Directrice
Anke Lindner	Directrice
David Saintillan	Rapporteur
Christian Wagner	Examineur

Cette thèse a été réalisée au :

LABORATOIRE DE PHYSIQUE ET MÉCANIQUE DES MILIEUX HÉTÉROGÈNES



<http://www.pmmh.espci.fr/>

UMR 7636 CNRS

10, rue Vauquelin – 75231 Paris Cedex 5 – FRANCE

Téléphone : +33 1 40 79 45 22 – Télécopie : +33 1 40 79 45 23

ÉCOLE SUPÉRIEURE DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE INDUSTRIELLES DE LA VILLE DE PARIS

<http://www.espci.fr/>

sous la direction de **Olivia du Roure & Anke Lindner**

<mailto:olivia.duroure@espci.fr>

<mailto:anke.lindner@espci.fr>

Remerciements

Je tiens, tout d'abord, à remercier mes directrices de thèse Anke Lindner et Olivia du Roure pour la confiance qu'elles m'ont accordée en me confiant ce travail de recherche. Je les remercie pour le savoir qu'elles m'ont apporté durant ces trois années de thèse. J'ai beaucoup apprécié votre disponibilité et votre enthousiasme. Un grand merci à vous deux, j'espère avoir l'occasion de retravailler avec vous.

Mes remerciements vont également à Manouk Abkarian et David Saintillan qui ont consacré du temps à l'évaluation de mon manuscrit. Je remercie aussi Harold Auradou, Cécile Cottin-Bizonne et Christian Wagner pour avoir accepté de faire partie de mon jury.

J'adresse également mes remerciements à Micheal Shelley avec qui il a été un plaisir de collaborer. And thanks for the "ForNawal code".

Je remercie aussi Alfred Crosby de m'avoir accueillie une semaine dans son laboratoire et je remercie Jon de m'avoir enseigné la méthode de fabrication des nano-fibres.

Merci au PMMH et à tous ses membres qui m'ont donné l'opportunité de travailler dans un environnement exceptionnel tant du point de vue scientifique qu'humain.

Merci aux Mecawets pour leur expertise sur les questions d'élasticité et merci à Antonin : tu as été un super coach en LaTeX.

Un énorme merci à toutes mes co-bureaux Hélène, Josi, Katy, Sophie, Chelsea ainsi qu'à Rim pour tous les super moments passés ensemble entre fous rires et pause thé à la menthe ultra sucré ☺.

Merci à mes deux mamans parisiennes Fred et Amina pour vos conseils, votre soutien et sans oublier les maintes relectures de ce manuscrit. Vous avez été deux vraies mamans pour moi.

Merci à mes amis de l'ENS Lyon avec qui j'ai passé des instants inoubliables à Paris : Bapt, Juliette, Anne-So, Anne-Flo, Aude, Pierre-Brice, Aude, Marc, Anto ...

Meriem, merci d'avoir été présente durant ces 3 années de thèse et pour tous les moments de détente passés ensemble.

Merci Danka et Leila d'avoir toujours su être présentes malgré la distance.

Merci à toute ma famille. Merci papa et maman de m'avoir permis d'arriver jusqu'ici. Merci Fatna et Samia de m'avoir supportée durant ces 3 années mais aussi durant celles qui ont précédées et celles qui vont suivre. Merci à mes neveux et nièces pour tout le bonheur qu'ils m'apportent.

Enfin mes derniers remerciements s'adressent à tous ceux que j'ai oublié de citer et qui ont contribué à faire de cette thèse une très bonne expérience.

Résumé

DÉFORMATION ET TRANSPORT D'UN FILAMENT ÉLASTIQUE DANS UN ÉCOULEMENT CELLULAIRE VISQUEUX

Ce travail porte sur l'étude de la déformation et le transport d'un filament élastique dans un écoulement cellulaire visqueux. Pour cette étude nous avons utilisé un système expérimental modèle simple constitué d'un filament élastique centimétrique de géométrie et d'élasticité contrôlées et d'un écoulement constitué d'un réseau de points de stagnation.

Dans un premier temps, nous avons caractérisé l'instabilité de flambage du filament à l'approche d'un point de stagnation. Nous avons ainsi montré que cette instabilité est contrôlée par le nombre élasto-visqueux Sp qui compare l'intensité relative des forces visqueuses qui tendent à déformer le filament et des forces élastiques qui cherchent à le maintenir droit.

Nous avons ensuite mis en évidence que les paramètres liés à la dynamique de la fibre évoluant librement à la surface de l'écoulement sont des paramètres cruciaux déterminant si le filament flambe ou pas à l'approche d'un point de stagnation. Cette analyse s'est aussi appuyée sur des simulations numériques modélisant le même système en collaboration avec Michael Shelley. La caractérisation de ces différents paramètres et de leur influence sur l'instabilité de flambage permet ainsi la prédiction de l'existence ou non d'un événement de flambage à partir du nombre élasto-visqueux Sp et des paramètres dynamiques du filament.

Enfin nous nous sommes intéressés à la manière dont la déformation du filament et sa taille influent sur ses propriétés de transport.

Mots-clés Interaction fluide/structure, flambage, forces élastiques, forces visqueuses, nombre élasto-visqueux

Abstract

DEFORMATION AND TRANSPORT OF AN ELASTIC FILAMENT IN A VISCOUS CELLULAR FLOW

We study the deformation and transport of an elastic filament in a viscous cellular flow. We used a simple experimental model system consisting of a one centimeter long elastic filament with controlled geometry and elasticity and a viscous flow formed by a lattice of stagnation points.

First, we characterized the buckling instability of the filament approaching a stagnation point. We have shown that this instability is controlled by the elasto-viscous number Sp which compares the relative intensity of the viscous forces deforming the filament and the elastic forces resisting the deformation.

Then, we showed that the parameters related to the dynamics of the fiber transported are crucial in the prediction of the buckling probability. In parallel to the experimental analysis, numerical simulations were performed in collaboration with Michael Shelley. The characterization of the dynamical parameters and their influence on the buckling instability allows the prediction of a buckling event as a function of the elasto-viscous number Sp and the dynamical parameters linked to the transport of filament accros the lattice.

Finally, we investigated how the deformation and the size of the filament affect its transport properties.

Keywords Fluid/structure interaction, buckling, elastic forces, viscous forces, elasto-viscous number

*Le plus grand ennemi de la connaissance n'est pas l'ignorance,
c'est l'illusion de la connaissance.*
STEPHEN HAWKING

Table des matières

Remerciements	5
Résumé - Abstract	7
Table des matières	13
Introduction	15
1 Interaction fluide/structure	15
2 Interaction fluide/structure à bas nombre de Reynolds	16
1 Filament élastique dans un écoulement visqueux	21
1.1 État de l'art	22
1.2 Transport et déformation d'un filament élastique	26
1.3 Elastica	29
1.4 Écoulement visqueux et coefficients de traînée	32
1.5 Le nombre élasto-visqueux	33
2 Principe de l'expérience	35
2.1 Principe de l'expérience	36
2.2 Dispositif expérimental	36
2.3 Acquisition et traitement des données	50
3 Flambage	55
3.1 Observations expérimentales	56
3.2 Probabilité de flambage	57
3.3 Gamme de paramètres plus large	62
3.4 Sp : gamme plus large	64
3.5 Conclusion	67
4 Dynamique de transport et flambage : Expériences et simulations	69
4.1 Simulations numériques	70
4.2 Comparaison des courbes de probabilités	73
4.3 Étude de l'influence de l'angle θ et de la déformation A	78
4.4 Rôle de la dynamique dans la probabilité de flambage	82
4.5 Conclusion	88
5 Transport d'un filament élastique	91
5.1 Transport : Premières observations	92
5.2 Mécanismes de dépiégeage	93
5.3 Dynamique de dépiégeage aux temps longs : Simulations numériques	98
5.4 Transport aux temps longs : Limitations expérimentales	101

5.5 Conclusion	105
Conclusion	107
Conclusion	109
Annexes	111
A Rhéologie	113
A.1 Viscosité	113
A.2 Module élastique : Y	114
B Méthode du cantilever	117
C Écoulement	121
D Paramètres des simulations numériques	123
E Méthode de fabrication des nanofibre	125
Postliminaires	127
Bibliographie	130
Résumé - Abstract	138

Introduction

1 Interaction fluide/structure

La déformation ou le déplacement des feuilles d'arbres par le vent ou d'algues par l'écoulement d'eau que nous observons dans la nature correspond à ce qu'on appelle en physique l'interaction fluide/structure. Elle qualifie le couplage qui existe entre un solide et un fluide. En effet, elle correspond à l'action qu'exerce un écoulement sur une structure élastique en la déplaçant et/ou la déformant. La structure agit à son tour en modifiant l'écoulement et ainsi de suite (cf. Figure 1). Cette interaction est présente dans un grand nombre de situations où les structures solides présentes dans le fluide ne se comportent pas comme des traceurs Lagrangiens mais peuvent montrer une dynamique complexe. Les interactions fluide/structure peuvent être présentes dans tous les régimes d'écoulement.

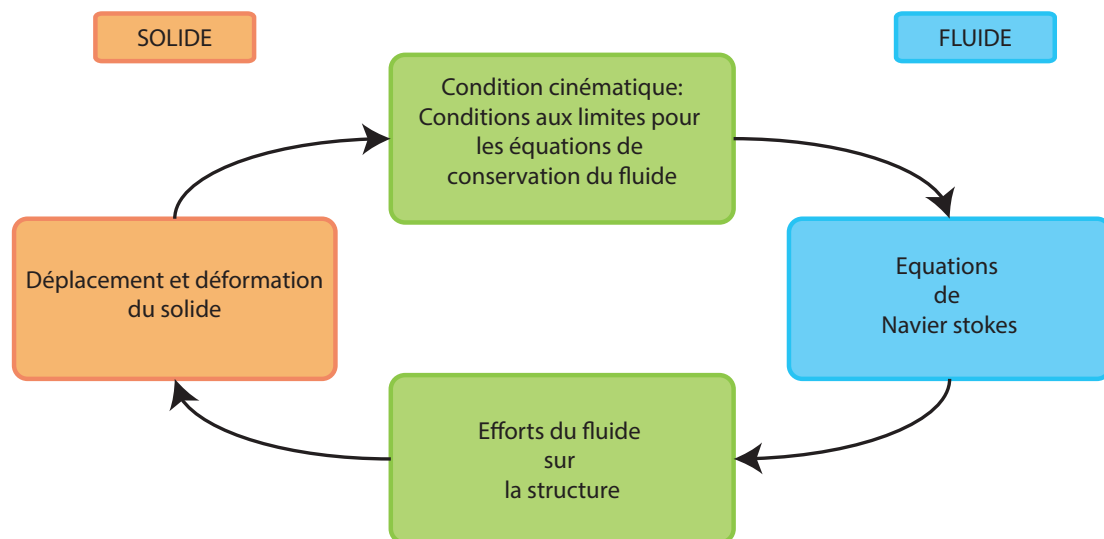


FIGURE 1 Schéma représentant l'interaction fluide/structure.

Pour les écoulements turbulents à très haut nombre de Reynolds nous pouvons entre autres citer la problématique du transport de particule par un fluide dans l'industrie du pétrole, du papier [1] et dans la dynamique de formation de cristaux de glaces dans les nuages ([2], [3]). Dans ce type de problématique les structures mises en jeu sont dans la plupart des cas non sphériques, leur mouvement correspond à la combinaison d'un mouvement de translation et de rotation. L'une des premières études du mouvement de particule non sphérique transportée

par un fluide est due à Jeffery [4] dans le cas d'un écoulement de Stokes. D'autres études plus récentes se sont quant à elles intéressées à la dynamique de particule non sphérique dans des écoulements turbulents ([5], [6] et [1]).

Dans le cas des écoulements non turbulents mais dans lesquels les effets inertiels sont présents ($10 < Re < 3000$), on retrouve la problématique de l'interaction d'un fluide et d'une structure en particulier dans les questions liées à la nage des poissons et au vol des insectes et des oiseaux. Les premières études théoriques dans ce domaine ont été réalisées entre autres par Gray en 1936 [7], Taylor en 1952 [8], Wu en 1966 [9] et Lighthill en 1971 [10] pour ne citer qu'eux. Des études expérimentales ([11], [12]) de l'efficacité de tels moyens de locomotion ont été réalisées récemment dans l'optique de construire des robots bio-inspirés en optimisant les économies d'énergie et les performances (cf. Figure 2).

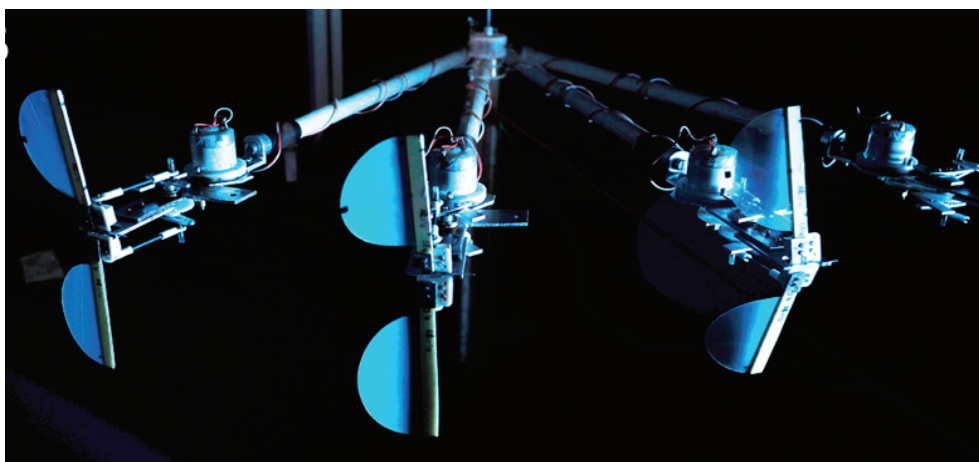


FIGURE 2 Exemple de dispositif expérimental pour l'étude du vol des insectes [12].

Intéressons nous à présent à l'interaction fluide/structure dans le cadre d'écoulement à bas nombre de Reynolds ($Re < 1$)

2 Interaction fluide/structure à bas nombre de Reynolds

L'interaction entre des objets déformables et un fluide visqueux est aussi présente dans une quantité importante d'écoulements à bas nombre de Reynolds, dans des domaines allant de la science des polymères à la biologie en passant par la locomotion des microorganismes. On peut citer comme exemple le sang, la salive, le plancton marin qui présentent des comportements complexes. En effet, leur dynamique, leur rhéologie et leurs propriétés macroscopiques en général, dépendent de leurs composants microscopiques comme par exemple les polymères, les globules rouges, etc, en particulier de la dynamique de leurs déformations. Pour comprendre, décrire et expliquer au mieux le comportement de ces écoulements la compréhension de l'élasto-dynamique des structures qui les composent ainsi que leur interaction avec le fluide est cruciale. Dans ce but un grand nombre d'études a été réalisé. On peut faire référence aux études sur les écoulements de sang ([13], [14] et [15]) qui ont en particulier montré que la rhéofluidification du sang sous cisaillement n'était pas seulement liée à la déformation des globules rouges mais aussi à un mécanisme couplé de rotation en bloc de la cellule et de sa membrane, connu sous l'appellation « tumbling to tanktreading transition » (cf. Figure 3).

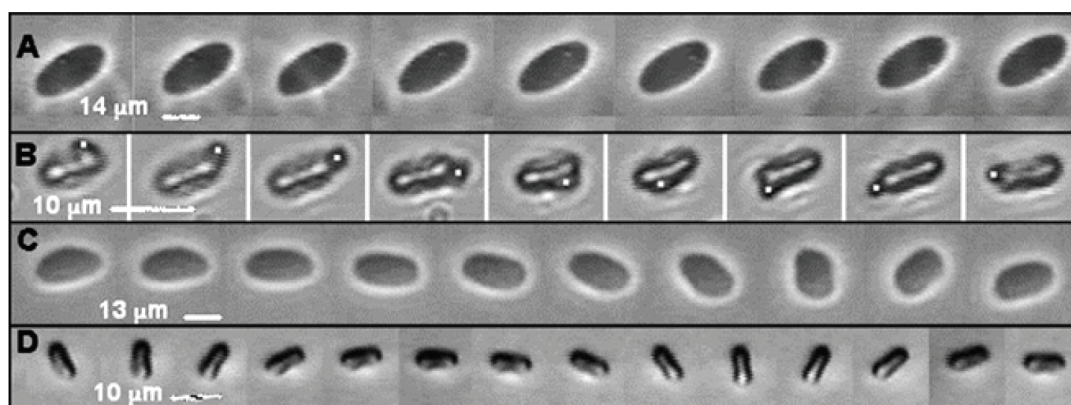


FIGURE 3 Vésicules et globules rouges dans un écoulement de cisaillement simple. (A) Rotation de la membrane de la vésicule (tanktreading). (B) Rotation d'une bille attachée à la membrane d'un globule rouge (tanktreading). (C) Rotation d'une vésicule (tumbling). (D) Rotation d'un globule rouge (tumbling) [15]

2.1 Polymères

Le comportement des polymères flexibles dans des écoulements visqueux, en particulier dans des écoulements élongationnels a été l'objet de sujet de recherche depuis plus de 30 ans ([16], [17] et [18]). En effet, dans ce type d'écoulement le gradient de vitesse le long de la direction de l'écoulement peut étirer les chaînes de polymères loin de leur conformation d'équilibre. Les polymères ainsi étirés exercent à leur tour une force sur le solvant entraînant l'apparition de propriétés non-newtoniennes de la solution de polymère comme la modification de la viscosité en fonction de la vitesse de l'écoulement (rhéofluidification [19]), ou l'apparition de contraintes normales (effet Weissenberg [20]). Les premières études dans le domaine des polymères dues à Zimm, Debye et Rouse ont permis de décrire le comportement de solutions de polymères diluées en l'absence d'écoulement avec entre autres le très utilisé modèle des haltères (« dumbell model »)[21]. Puis plus récemment des études ([22], [23]) se sont intéressées au comportement d'une solution de polymères soumise à un écoulement. On peut citer les études de Perkins *et al.* [24] et Shaqfeh *et al.* [25] qui se sont intéressées au comportement d'une seule chaîne de polymère sous écoulement élongationnel (cf. Figure 4) ce qui a été rendu possible par les nouvelles techniques de visualisation (cf. [26]) qui ont permis de mettre en évidence que le comportement complexe des solutions de polymères est directement relié à la conformation et la dynamique des chaînes individuelles.

Les propriétés non newtoniennes des solutions de polymères diluées sont aussi à l'origine de l'apparition d'instabilités et de turbulence élastique à bas nombre de Reynolds, qui ne sont pas causées par l'inertie mais trouvent leur origine dans l'anisotropie des contraintes élastiques. Ces deux phénomènes ont suscité l'intérêt d'un grand nombre d'investigations théoriques et expérimentales ([27], [28], [29] et [30]). La Figure 5 montre un exemple d'instabilité élastique pour un écoulement de Poiseuille dans un canal en serpentin, pour lequel le seuil d'instabilité caractérisé par le nombre de Weissenberg Wi qui compare le temps de relaxation des polymères (lié à la taille du polymère) au temps typique de l'expérience (lié à la vitesse de l'écoulement) a été déterminé.

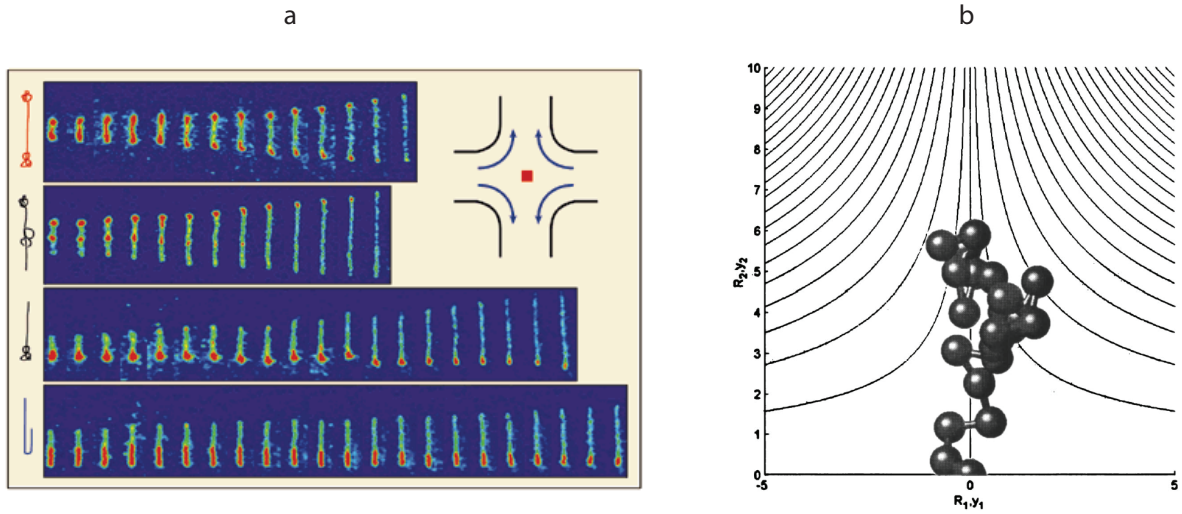


FIGURE 4 (a) Images d'une molécule d'ADN isolée constituée de marqueurs fluorescents. Les chaînes d'ADN sont observées toutes les 0,13 s durant leur élancement par le gradient de vitesse. Quatre différentes conformations sont représentées (de haut en bas) : haltère (dumbbell), liée (linked), demi-haltère (half dumbbell), pliée (folded) (insert : représentation schématique de l'écoulement, le rectangle rouge indique la zone d'observation de la molécule)[24]. (b) représentation schématique d'une molécule de polymère à un point de stagnation (les lignes représentent les lignes de courant de l'écoulement) [25].

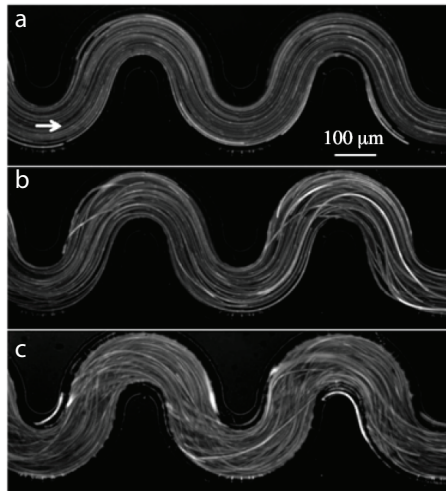


FIGURE 5 Écoulements instantanés d'une solution de polymères flexibles diluée (PEO $M=4 \times 10^6$ g mol⁻¹) dans un micro canal. (a) écoulement stable ($Wi = 0.22$), (b) écoulement légèrement instable à la limite du seuil de l'instabilité élastique ($Wi = 0.24$), (c) écoulement instable ($Wi = 0.25$) [30].

2.2 Locomotions des microorganismes

Dans le domaine de l'interaction fluide/structure la question de la locomotion des microorganismes a été l'objet d'un grand intérêt depuis plus de 60 ans. Taylor [31], Hancock et Gray [32] ont été les premiers à s'intéresser à cette question dans les années 1950. Ils ont calculé les forces normales et tangentielles agissant sur un petit élément d'un fin et long filament cylindrique en

mouvement dans un fluide visqueux. La question de la locomotion des microorganismes ou de façon plus générale de la propulsion à bas nombre de Reynolds fait encore l'objet de travaux orientés vers la compréhension des mécanismes de nage ([33], [34]). En effet, comme Purcell l'a démontré avec son « scallop theorem » [35], la réversibilité du mouvement à bas nombre de Reynolds exige un mouvement non réversible dans le temps pour conduire à un déplacement net de l'organisme. Les microorganismes utilisent en général un mouvement de rotation ou de battement de leurs flagelles ou leurs cils pour se propulser (cf. Figure 6).

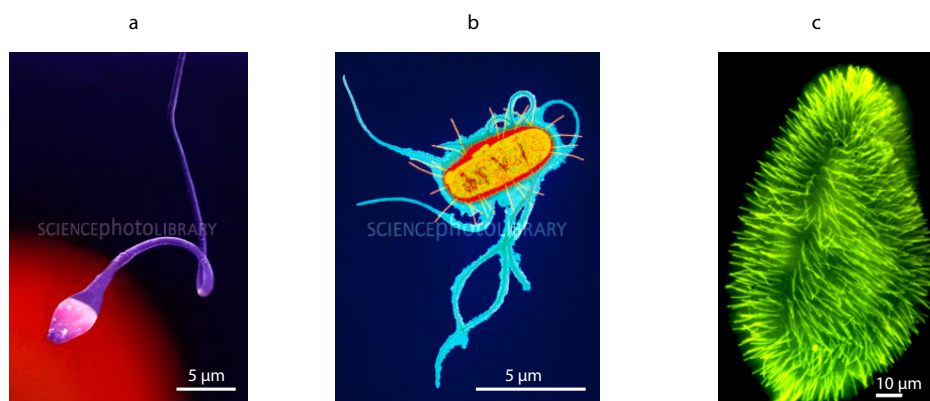


FIGURE 6 Photos de microorganismes se propulsant à l'aide de flagelles ou de cils : (a) de spermatozoïde prise au microscope électronique à balayage (MEB) <http://www.sciencephoto.com>, (b) d'une bactérie *E. Coli* prise au MEB <http://www.sciencephoto.com>, (c) de la ciliature d'une paramécie vue par fluorescence <http://www.cgm.cnrs-gif.fr/>

Plusieurs études théoriques ([36], [37], [38], [39], [40] et [41]), numériques ([42], [43]) et expérimentales ([44], [45]), ont été réalisées pour décrire, expliquer et même reproduire ces modes de locomotions ([46], [47]). On peut en particulier faire référence à Dreyfus *et al.* [48] qui ont fabriqué le premier micronageur artificiel constitué d'un filament flexible formé de colloïdes superparamagnétiques (cf. Figure 7(a)). L'actuation du filament par un champ magnétique crée une déformation propagative du filament conduisant à un déplacement net du micronageur (cf. Figure 7(b)).

Après cette introduction très générale sur l'interaction fluide/structure, nous allons nous intéresser dans le chapitre suivant au contexte particulier de l'interaction d'une fibre élastique avec un écoulement visqueux.

Dans le premier chapitre de cette thèse nous présentons l'état de l'art sur l'interaction d'un filament élastique et d'un écoulement visqueux ainsi que les formalismes permettant de la décrire. Le deuxième chapitre est consacré à la présentation du dispositif expérimental utilisé pour cette étude. Dans le chapitre 3, nous caractérisons expérimentalement l'instabilité de flambage d'un filament élastique dans un réseau de points de stagnation. Puis dans le chapitre 4 nous étudions l'influence de la dynamique du filament sur l'instabilité de flambage à la fois pour des résultats expérimentaux et numériques. Le chapitre 5 est quant à lui consacré au transport d'un filament élastique dans un réseau cellulaire. Et enfin, la conclusion résume l'ensemble des travaux de cette thèse et présente quelques pistes qui restent encore à être explorées.

Cette thèse principalement expérimentale s'appuie aussi sur des résultats numériques obtenus en collaboration avec Michael Shelley.

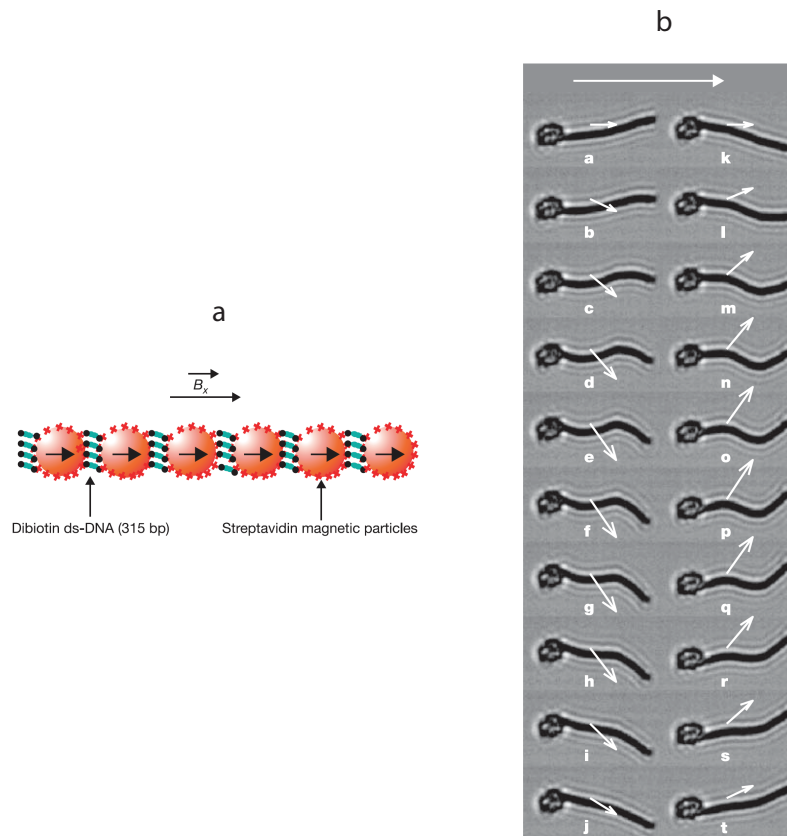


FIGURE 7 (a) Représentation schématique d'un filament magnétique flexible de longueur $L=24 \mu m$. Les particules magnétiques sont recouvertes de streptavidine (+). Les particules magnétiques forment un filament sous l'application d'un champ magnétique B_x . Des doubles brin d'ADN avec biotine à chaque extrémité lient les particules grâce à l'interaction biotine-streptavidine. (b) Battement d'un filament magnétique flexible attaché à un globule rouge. L'intervalle de temps entre chaque image est de 5 s. Les flèches blanches représentent le champ magnétique B_x . La flèche blanche en haut de l'image représente la direction du mouvement.

Chapitre *1*

Filament élastique dans un écoulement visqueux

Chapitre 1 : Filament élastique dans un écoulement visqueux

[↑ retour à la table des matières](#)

1	Interaction fluide/structure	15
2	Interaction fluide/structure à bas nombre de Reynolds	16
2.1	Polymères	17
2.2	Locomotions des microorganismes	18

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à l'interaction d'un filament élastique avec un écoulement visqueux, où les termes filament et fibre désignent un objet allongé caractérisé par sa géométrie (sa section et sa longueur) ainsi que son module élastique. Nous allons dans un premier temps présenter les principaux travaux trouvés dans la littérature.

Puis, nous nous intéresserons au cas particulier de l'instabilité de flambage d'un filament élastique au voisinage d'un point de stagnation, en présentant plus en détail trois études en lien étroit avec ce travail de thèse. Nous présenterons le formalisme de l'Elastica et l'équation de Stokes qui permettent de décrire les interactions entre un objet et un fluide visqueux. Nous écrirons les forces élastiques et visqueuses agissant sur un filament dans un écoulement visqueux à partir desquelles nous définirons le paramètre de contrôle de l'instabilité, le nombre élasto-visqueux Sp .

1.1 État de l'art

Dans l'introduction, nous avons pu constater que l'interaction d'un fluide visqueux et d'un filament élastique occupe une place importante dans le domaine de l'interaction fluide/structure. En effet, comme nous l'avons vu au sujet de la nage des microorganismes ou des solutions de polymères, c'est l'élasto-dynamique des filaments qui importe dans la compréhension de ces mécanismes. La richesse de cette interaction est donc à l'origine de nombreuses études que ce soit d'un point de vue théorique, expérimental ou numérique. Différentes situations ont été étudiées : certaines se sont intéressées à des fibres évoluant librement dans un écoulement visqueux ([49], [50] et [51]), d'autres à des filaments dont une extrémité est ancrée et l'autre libre ([52] et [53]). L'influence du confinement a aussi été étudiée sur le transport de fibres rigides ([54], [55]) ou sur la déformation de fibres flexibles [56].

Maintenant, nous allons présenter de façon plus détaillée quelques unes des études théoriques et/ou expérimentales menées à ce sujet. Commençons par les études qui ont étudié l'instabilité de flambage d'un filament libre. La première, réalisée par Becker *et al.* [57], s'est préoccupée du flambage d'un filament élastique dans un écoulement de cisaillement simple. Sur la Figure 1.1, on observe les différentes formes du filament déformé par le fluide. Cette étude numérique a permis de mettre en évidence le seuil de l'instabilité de flambage, contrôlée par le nombre élasto-visqueux qui compare l'intensité des forces élastiques et visqueuses.

Par la suite, Tornberg *et al.* [58] ont complété cette étude en prenant cette fois en compte la dynamique et les interactions de plusieurs fibres toujours dans un écoulement de cisaillement simple. Ces études ont montré le lien entre la déformation des filaments à l'échelle microscopique et le comportement du fluide à l'échelle macroscopique avec l'apparition de contraintes normales (cf. section 2). Ces mêmes auteurs ont, en plus, mis en évidence l'augmentation des contraintes normales avec la concentration en fibres.

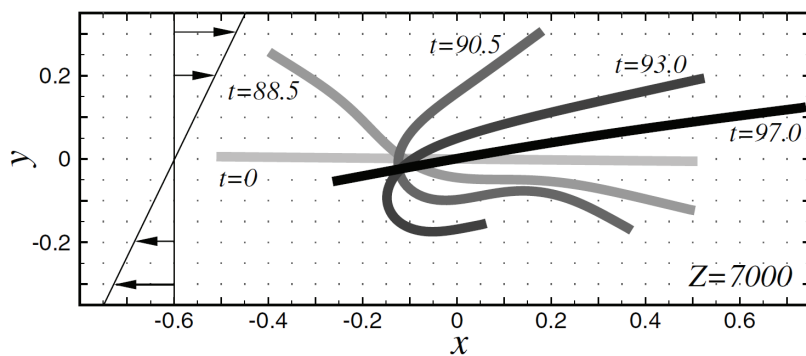


FIGURE 1.1 Dynamique en fonction du temps d'un filament élastiques dans un écoulement de cisaillement simple. Pour un nombre élasto-visqueux noté Z égal à 7000 [57].

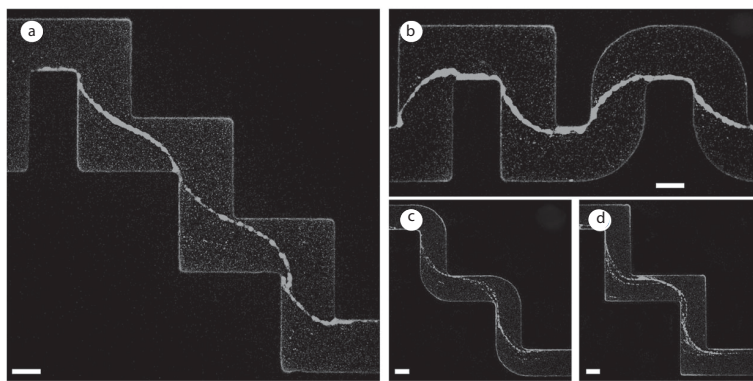


FIGURE 1.2 Observations de biofilms bactérien dans des canaux microfluidiques constitués de coins. L'écoulement va de gauche à droite. La barre d'échelle représente $100 \mu\text{m}$ [59].

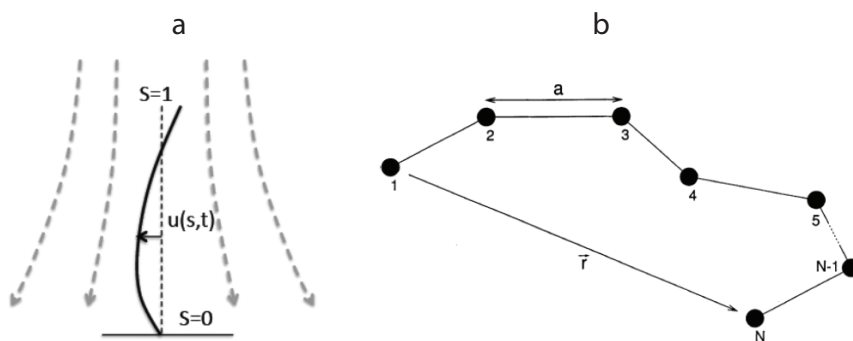


FIGURE 1.3 Schéma du système étudié par Guglielmini *et al.* (a) Filament immergé dans un écoulement élongationnel initialement aligné avec l'axe de compression de l'écoulement. (b) Modèle pour une chaîne de polymère : chaîne constituée de billes et de segments rigides (chaîne de Kramer) (N billes et $N-1$ segments de longueur a) [60].

L'interaction entre une fibre libre et un écoulement au voisinage d'un point de stagnation a été étudiée par Young *et al.* [61] et Kantsler *et al.* [62]. Les deux études prédisent la valeur du nombre élasto-visqueux au seuil de l'instabilité de flambage à l'aide d'une analyse de stabilité

linéaire. Cette analyse est complétée par des résultats expérimentaux sur des filaments d'actine dans [62].

Pour le cas d'un filament élastique libre, ces quatre études ont permis de mettre en évidence l'instabilité de flambage développée par le filament. Elles ont aussi montré que cette instabilité est gouvernée par le nombre élasto-visqueux et ont déterminé la valeur du seuil du premier mode de déformation. Le seuil prédit par ces travaux est identique. D'autres études se sont

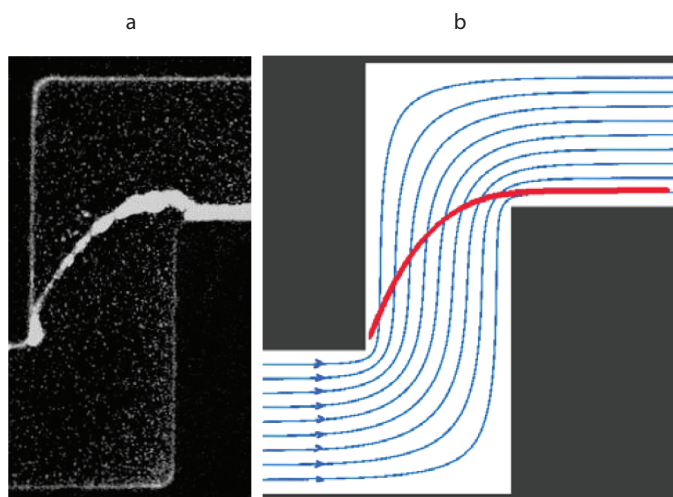


FIGURE 1.4 (a) Portion d'un canal utilisé pour les expériences [59] après 12h d'écoulement avec un débit de $0,75 \mu \text{ l min}^{-1}$. (b) Simulation réalisée pour $Re = 0.006$ et un nombre élasto-visqueux $\eta = 30000$. Les lignes bleues représentent les lignes de courant de l'écoulement [63].

intéressées au flambage d'une fibre ancrée à une extrémité ([60], [63] et [56]). Ces études ont été motivées en particulier par l'observation [59] de la formation de biofilms bactérien dans des écoulements dans des microcanaux courbés (cf. Figure 1.2). Guglielmini *et al.* [60] ont étudié l'instabilité de flambage d'un filament élastique inextensible dans un écoulement élongationnel et ancré au niveau d'un point de stagnation. Ils ont introduit un modèle de fibre constituée de billes et de segments rigides (cf. Figure 1.3). Ce modèle a permis de déterminer la valeur du seuil de flambage et de mettre en évidence la modification de ce seuil par rapport à une fibre libre. Une deuxième étude [63], toujours inspirée par l'observation de biofilms, s'est quant à elle intéressée à l'évolution de la déformation d'un filament élastique dans un écoulement visqueux à proximité de coins pour comprendre la formation des biofilms dans les micro-canaux. Des tourbillons se forment dans l'écoulement au niveau des coins. Dans cette étude l'influence de plusieurs paramètres a été sondée : celle de l'angle du coin, du module élastique de la fibre ainsi que de la distance entre l'extrémité ancrée du filament et le centre du tourbillon. Comme pour les études précédentes, le nombre élasto-visqueux contrôle l'instabilité de flambage. Grâce à cette étude les auteurs ont également pu montrer que plus le point d'ancrage est proche du centre du tourbillon plus le filament est déformé et que la courbure moyenne du filament, donc sa déformation, augmente avec la valeur du nombre élasto-visqueux. Puis, ils ont comparé la forme calculée du filament dans un coin aux observations expérimentales d'un biofilm. La Figure 1.4 montre le bon accord entre les deux.

À ces différentes investigations, sur la déformation d'un filament dans un écoulement visqueux, vient s'ajouter l'effet du confinement de la fibre auquel se sont intéressés les travaux de Wexler *et al.* [56] et auxquels j'ai collaboré pour la partie expérimentale. Cette étude s'est intéressée à la flexion sous l'effet d'un écoulement d'un filament élastique confiné dans un microcanal, à la fois expérimentalement et théoriquement. Le dispositif expérimental est repré-

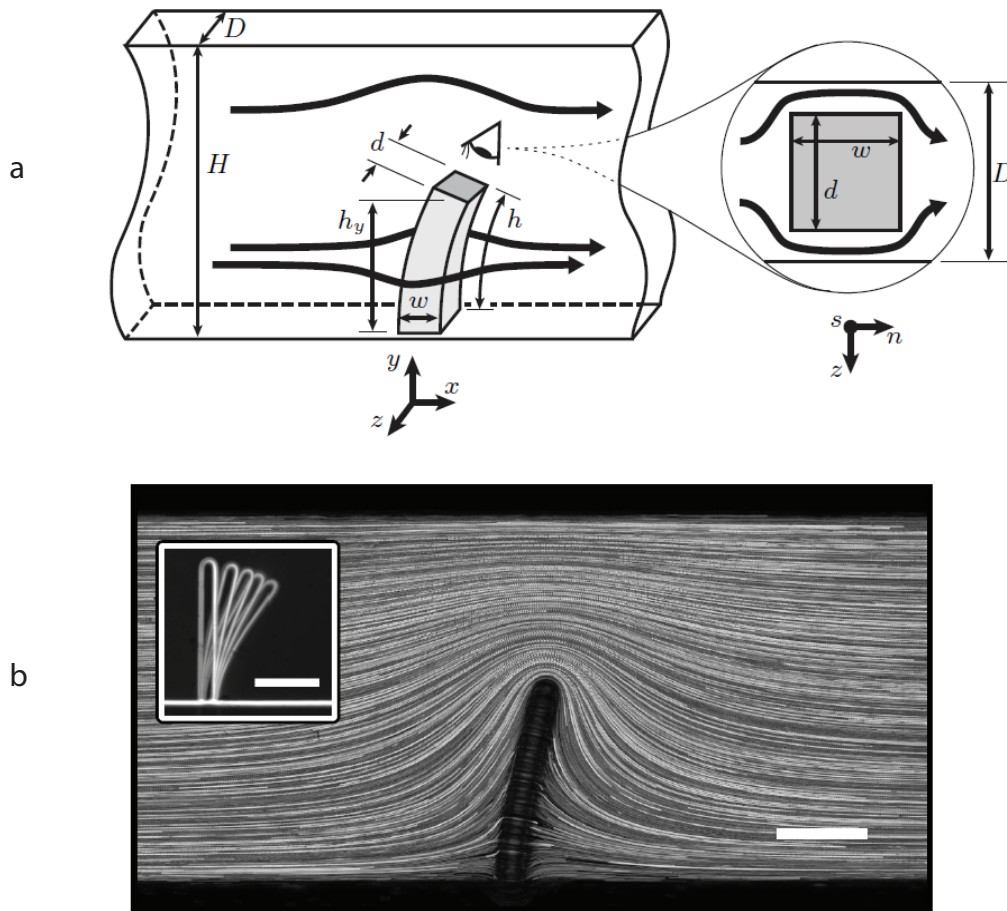


FIGURE 1.5 (a) Schéma représentant le dispositif expérimental et montrant les notations utilisées pour cette étude. La vue de droite montre le confinement de la fibre dans la direction transverse à l'écoulement. (b) Visualisation des lignes de courant dans le canal avec une fibre de hauteur $h=226\ \mu\text{m}$, de largeur $w=31\ \mu\text{m}$ et d'épaisseur $d=34\ \mu\text{m}$. Les dimensions du canal sont $H=400\ \mu\text{m}$ et $D=45\ \mu\text{m}$ pour un débit $Q=3\ \mu\text{l}$. L'insert représente la déflexion de la même fibre pour des débits Q croissant jusque $30\ \mu\text{l min}^{-1}$. La barre d'échelle représente $100\ \mu\text{m}$ [56].

senté sur la Figure 1.5. La fibre est fabriquée directement sous le microscope dans le canal par photolithographie [64]. Pour cette étude, les paramètres variés sont le débit de l'écoulement Q et le confinement (par la géométrie du canal et du filament). L'analyse expérimentale a permis de montrer que pour des faibles valeurs du débit Q la déflexion de la fibre est proportionnelle au débit. Dans cette situation, une partie du fluide s'écoule au-dessus et au-dessous de la fibre et une autre partie la contourne (cf. Figure 1.5). Le groupe de Howard Stone à Princeton a modélisé cette situation en utilisant la théorie de la lubrification. La géométrie 3D de l'écoulement est approximée par un écoulement 2D de type Hele–Shaw. Le passage de fluide en-dessous et au-dessus de la fibre est pris en compte en supposant la fibre perméable. Le modèle utilise une résolution asymptotique dans la limite des faibles déformations qui permet de prédire la déflexion de la fibre en fonction de la géométrie. Les résultats obtenus à partir de ce modèle sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux comme on peut le constater sur la Figure 1.6.

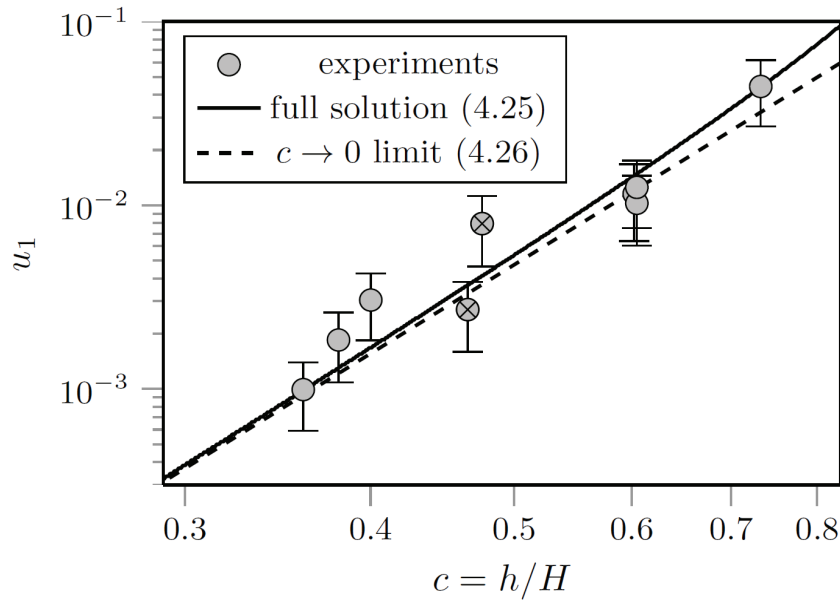


FIGURE 1.6 Les points gris représentent les valeurs de la déflexion normalisée u_1 . Les traits plein et pointillé correspondent aux prédictions théoriques [56].

En résumé, ces différents travaux ont mis en évidence la déformation d'un filament dans un écoulement visqueux et en particulier l'instabilité de flambage développé par le filament. Ces études ont aussi montré que cette instabilité est contrôlée par le nombre élasto-visqueux qui compare l'intensité des forces élastiques et visqueuses agissant sur la fibre. Elles ont également prédit le seuil de l'instabilité et ont montré qu'il varie si le filament est libre ou ancré.

Le lien entre la déformation et le transport a été très peu étudié. C'est dans ce contexte que se situe cette thèse qui s'est intéressée aux propriétés de transport et de flambage d'une fibre élastique dans un réseau de points de stagnation. Nous allons maintenant présenter plus en détails trois études proches de notre situation expérimentale.

1.2 Transport et déformation d'un filament élastique

Pour cette thèse nous nous sommes intéressés au lien entre le transport et la déformation d'un filament. Dans ce cadre nous avons étudié le cas particulier de l'instabilité de flambage d'un filament élastique dans un réseau de points de stagnation. Cette étude expérimentale a été motivée par les travaux numériques réalisés par l'équipe de Michael Shelley [61]. Dans cette étude, les auteurs se sont intéressés à la déformation et au transport d'un filament dans un réseau de points de stagnation, ils ont prédit analytiquement pour le seuil de flambage une valeur du nombre élasto-visqueux égale à 152.3^1 . Pour cette étude, ils ont développé un code modélisant une fibre élastique de longueur L et de rigidité B évoluant dans un réseau de points de stagnation de période W pour différentes valeurs de rapport $\alpha = \frac{L}{W}$. Dans cette étude, le nombre élasto-visqueux est noté η . Sur la Figure 1.7 est représentée la trajectoire du centre de masse d'un filament déformable ($\eta = 400$ et $\alpha = \frac{1}{\pi}$). À droite de cette figure sont représentées les formes du filament durant son passage près du point de stagnation. Le filament arrive aligné avec les lignes de courant lorsqu'il approche le point de stagnation où les forces de compression

¹Dans [61] la valeur donnée pour η_c n'est pas la bonne.

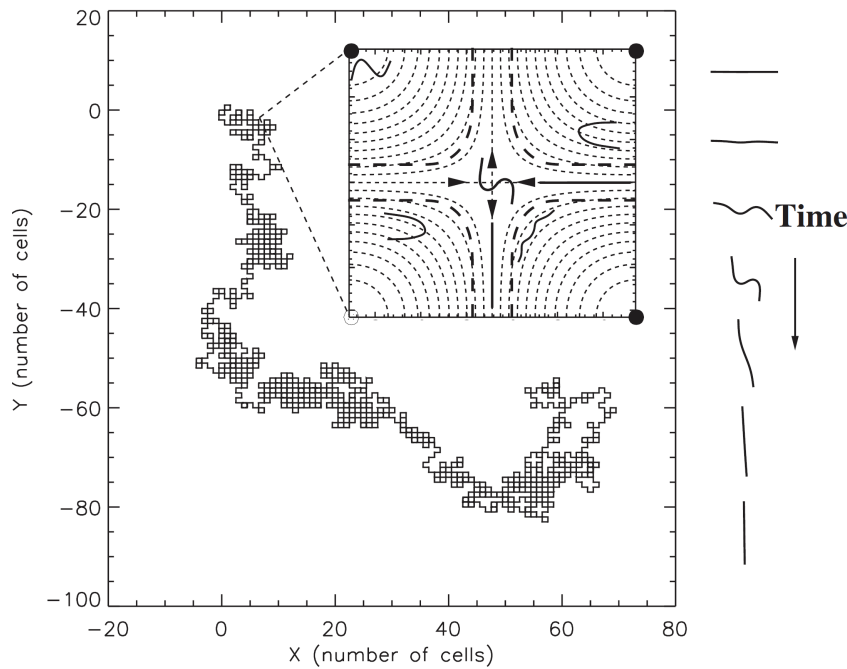


FIGURE 1.7 Trajectoire du centre de masse d'un filament élastique ($\eta = 4000$ et $\alpha = \frac{1}{\pi}$). L'insert représente les lignes de courant (lignes en pointillés) autour d'un point de stagnation, les lignes en tirets épais séparent la zone dans laquelle le filament se piège de celle où il est transporté à travers le réseau de points de stagnation. À droite de la figure sont représentées les formes du filament lors d'un évènement de flambage à l'approche d'un point de stagnation [61].

visqueuse deviennent suffisantes pour le faire flamber. Puis le filament s'éloigne du point de stagnation en s'alignant de nouveau avec les lignes de courant. Sur cette figure nous observons que le filament est transporté au sein du réseau avec une trajectoire en méandres.

Pour étudier l'influence de la déformation de la fibre sur ses propriétés de transport, les auteurs ont mesuré la dispersion du filament en fonction du temps pour $\alpha = \frac{1}{\pi}$ et différentes valeurs de η supérieures à la valeur critique $\eta_c = 152.3$, en dessous de laquelle le filament ne flambe pas. Sur la Figure 1.8 sont représentées les valeurs du déplacement quadratique moyen. Sur cette figure on observe qu'un filament élastique dans un réseau de points de stagnation montre le même comportement qu'un marcheur aléatoire avec une dispersion égale à :

$$d^2(t) = 4Dt^2 \quad (1.1)$$

où D est le coefficient de diffusion. Ils ont ainsi pu montrer que le coefficient D est fonction du nombre élasto-visqueux η . D croît avec η jusqu'à $\eta = 8000$ puis décroît jusqu'à s'annuler. Dans ce cas le filament n'est plus transporté dans le réseau mais reste piégé dans une cellule.

Une deuxième étude numérique très récente, réalisée par l'équipe de David Saintillan [65] s'est intéressée à la dynamique d'un filament Brownien semi-flexible également dans un réseau cellulaire de points de stagnation. Dans cette étude, les auteurs ont pu montrer que l'augmentation de la taille des cellules et de la longueur de persistance du filament contribue à son transport à travers le réseau alors qu'à l'inverse l'augmentation du taux de déformation augmente la probabilité que le filament reste piégé dans une cellule du réseau.

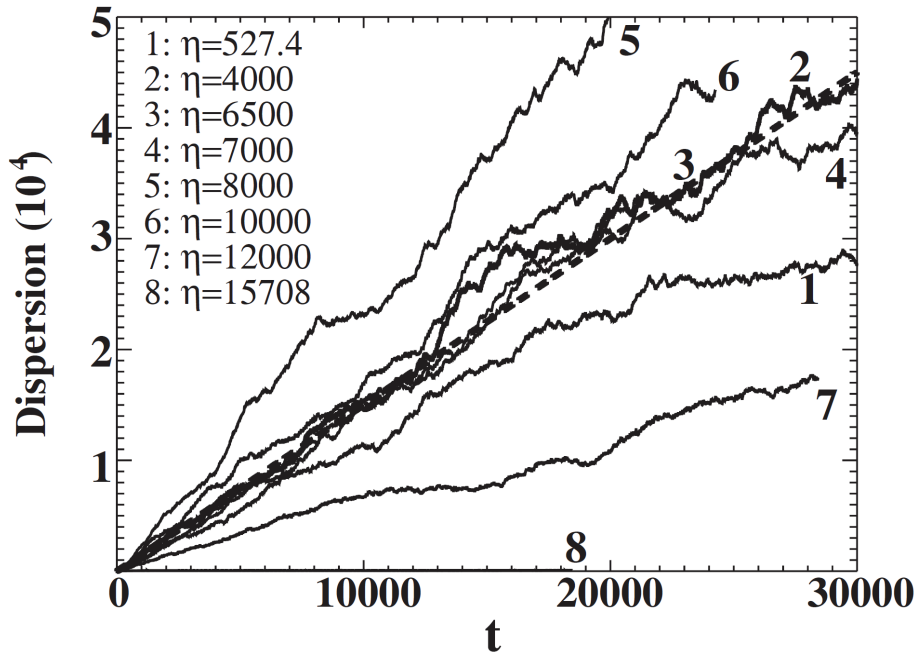


FIGURE 1.8 Dispersion du filament en fonction du temps pour $\alpha = 1/\pi$ et différentes valeurs de η . La ligne en pointillés correspond à la dispersion d'un marcheur aléatoire $d^2(t) = 4Dt^2$ avec comme coefficient D la valeur estimée pour $\eta = 4000$ [61].

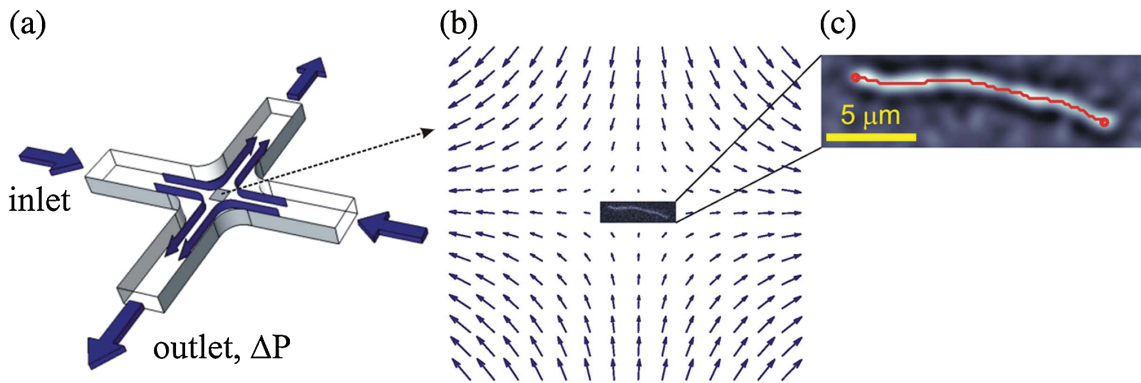


FIGURE 1.9 Dispositif expérimental (a) Canal microfluidique permettant la génération d'un écoulement hyperbolique contrôlé par une différence de pression entre les branches d'entrée et de sortie. (b) Champ de vitesses de l'écoulement au niveau du point de stagnation avec un filament d'actine. (c) Contour du filament d'actine (rouge). [62].

Une autre étude [62] publiée durant cette thèse et réalisée par le groupe de Raymond Goldstein s'est intéressée au flambage de filament dans une géométrie semblable à la nôtre, même si elle ne traite pas de la question du transport. Les auteurs ont étudié expérimentalement le flambage d'un filament d'actine au niveau d'un point de stagnation d'un écoulement hyperbolique. Pour cette étude, ils ont mis au point un dispositif expérimental microscopique représenté sur Figure 1.9 permettant de soumettre un filament d'actine à un écoulement élongationnel. Un

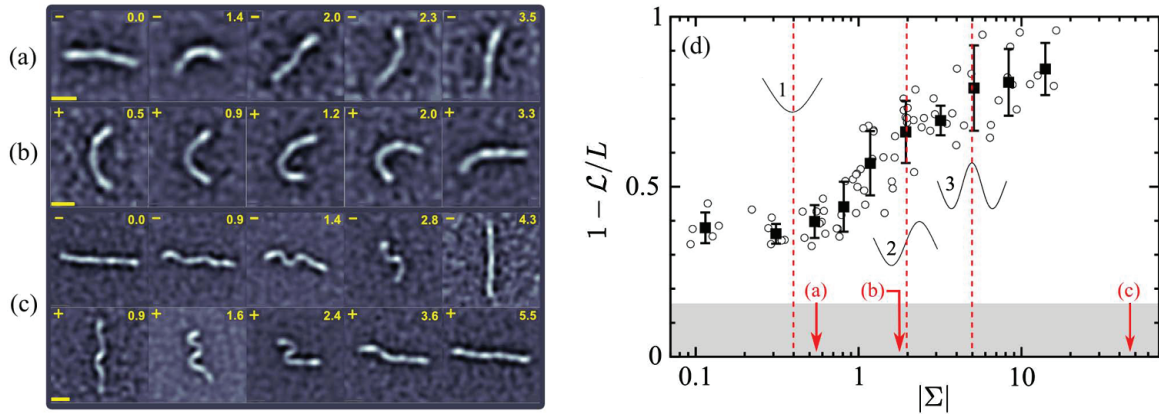


FIGURE 1.10 (a, b et c) montrent les différentes formes d'un filament d'actine soumis à un écoulement hyperbolique pour différentes valeurs de nombre élasto-visqueux supérieures à la valeur seuil. (d) Paramètre $1 - \frac{\ell}{L}$ en fonction du nombre élasto-visqueux. Les traits en pointillés rouges représentent la valeur des seuils de flambages des trois premiers modes [62].

rétro-contrôle de l'écoulement permet de piéger les filaments d'actine au niveau du point de stagnation sur des temps suffisamment longs pour observer les déformations du filament par l'écoulement. Cette étude a permis d'observer expérimentalement différents modes de flambage comme on peut le voir sur la Figure 1.10 (a, b et c) où sont représentées les formes des filaments d'actine pour différentes valeurs du nombre élasto-visqueux noté ici $|\Sigma|$ et différant de η [61] par un coefficient numérique. Dans cette étude ils ont également réalisé une analyse de stabilité linéaire déterminant la valeur des seuils de flambage des trois premiers modes et ils ont obtenu pour le premier mode un bon accord avec [61].

Sur la Figure 1.10 (d), la valeur du paramètre adimensionné $1 - \frac{\ell}{L}$ qui représente la déformation (ℓ est la longueur bout à bout du filament) est représentée en fonction de $|\Sigma|$. Ils ont ainsi pu montrer que les valeurs auxquelles les différents modes sont observés sont consistants avec les seuils de flambage déterminés analytiquement.

Dans cette thèse, nous avons voulu dans un premier temps caractériser expérimentalement l'instabilité de flambage d'un filament élastique macroscopique évoluant librement dans un réseau de points de stagnation, afin d'étudier la manière dont les propriétés physiques de la fibre et sa dynamique influent sur le flambage dans cet écoulement. Dans un second temps nous nous sommes attachés à étudier l'influence des déformations induites par cette instabilité sur les propriétés de transport du filament.

1.3 Elastica

Dans cette partie nous allons présenter la théorie de l'Elastica, proposée par Euler en 1744, qui décrit le comportement d'une poutre élastique. Nous allons déterminer la charge critique de l'instabilité de flambage (ou charge d'Euler). Pour cela nous considérons le cas général d'une poutre de section constante, de longueur l de moments d'inertie I_{G_z} et I_{G_y} comme définis sur la Figure 1.11. On fait l'hypothèse que la poutre est élancée, c'est-à-dire que sa longueur est grande devant les dimensions de sa section. La poutre encastree en O , est ici représentée par sa ligne moyenne OA . On soumet la poutre à une charge de compression P selon la direction x . Sous l'effet de la charge P , la poutre flambe dans le plan perpendiculaire à la direction de

moment d'inertie plus faible, c'est-à-dire ici dans le plan (O,x,y) perpendiculaire à (G,z) avec $I_{G_z} < I_{G_y}$, (Figure 1.11(c)). Pour calculer la charge critique de l'instabilité P_c , nous allons utiliser l'équation de la ligne élastique [66] qui correspond à l'équation d'équilibre du moment fléchissant \vec{M}_f de la poutre et du moment des forces extérieures \vec{M} selon z

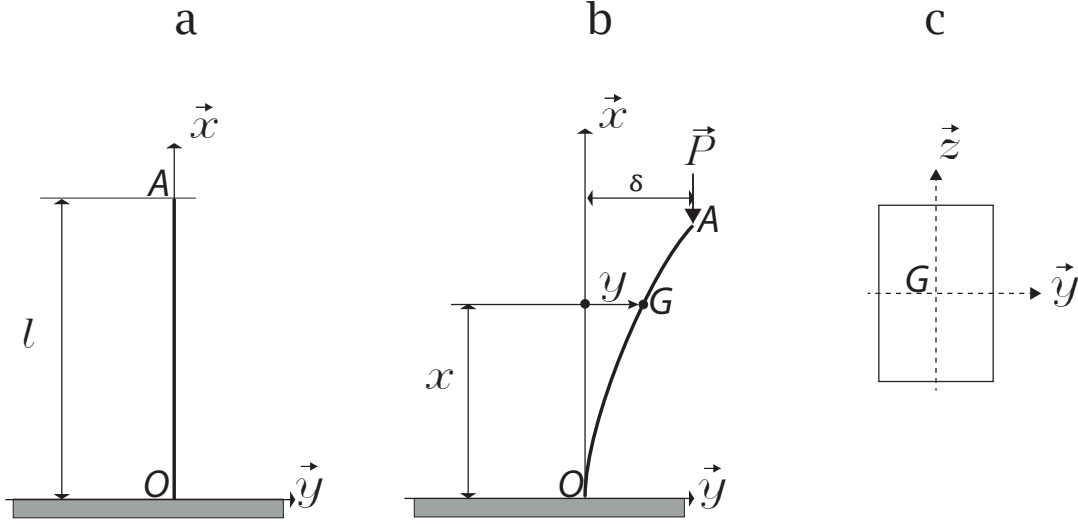


FIGURE 1.11 (a) Poutre rigide encastée, et (b) soumise à un effort axial de compression \vec{P} . (c) coupe transversale de la poutre.

$$\vec{M}_f \cdot \vec{e}_z = \vec{M} \cdot \vec{e}_z, \quad (1.2)$$

Le moment fléchissant pour une section quelconque est

$$M_{f_z} = Y I_{G_z} y'', \quad (1.3)$$

avec Y le module de Young de la poutre.

Le moment de la force extérieure \vec{P} selon z est

$$M = -P(\delta - y), \quad (1.4)$$

L'équation de la ligne élastique devient

$$y'' + k^2 y = k^2 \delta \quad \text{en posant} \quad k^2 = \frac{P}{Y I_{G_z}}. \quad (1.5)$$

La solution générale pour cette équation est

$$y = A \cos kx + B \sin kx + \delta, \quad (1.6)$$

Les constantes A et B sont déterminées en appliquant les conditions aux limites

$$y = \frac{dy}{dx} = 0 \quad \text{pour } x = 0, \quad (1.7)$$

Ces conditions sont satisfaites pour

$$A = -\delta \quad \text{et} \quad B = 0, \quad (1.8)$$

L'expression 1.6 de la déformée devient

$$y = \delta (1 - \cos kx), \quad (1.9)$$

La condition à l'extrémité supérieure impose

$$y = \delta \quad \text{pour } x = l, \quad (1.10)$$

Cette condition est satisfaite si

$$\delta \cos kl = 0, \quad (1.11)$$

Cette égalité est vraie si $\delta = 0$, dans ce cas la poutre ne flambe pas, ou si $\cos kl = 0$, i.e.

$$kl = (2n + 1) \frac{\pi}{2}, \quad (1.12)$$

où n est un entier. La plus faible valeur de P qui conduit au flambage est obtenue pour $n = 0$. On désigne cette valeur de P par P_c , ou charge critique d'Euler

$$P_c = \frac{\pi^2 Y I_{G_z}}{4l^2}, \quad (1.13)$$

En prenant les valeurs supérieures de n , on obtient

$$P = \frac{9\pi^2 Y I_{G_z}}{4l^2} \quad \text{et} \quad P = \frac{25\pi^2 Y I_{G_z}}{4l^2} \quad (1.14)$$

Les déformées correspondantes sont données par la Figure 1.12. Pour obtenir la forme de la Figure 1.12(c) c'est-à-dire le mode 2 de déformation il faut appliquer une force égale à 9 fois la charge critique et pour obtenir la forme de la Figure 1.12(d) il faut appliquer une force 25 fois plus grande.

Si on considère à présent le cas d'une poutre dont les extrémités sont libres de tourner (cf. Figure 1.12.e), pour des raisons de symétrie chaque moitié de la poutre est dans les mêmes conditions que la barre entière de la Figure 1.11. La charge critique est donc obtenue en remplaçant l par $l/2$ dans l'équation 1.13. On a donc

$$P_c = \frac{\pi^2 Y I_{G_z}}{l^2}, \quad (1.15)$$

Dans cette section, nous avons mis en évidence l'instabilité de flambage d'une poutre soumise à une charge de compression ainsi que les différents modes de flambage.

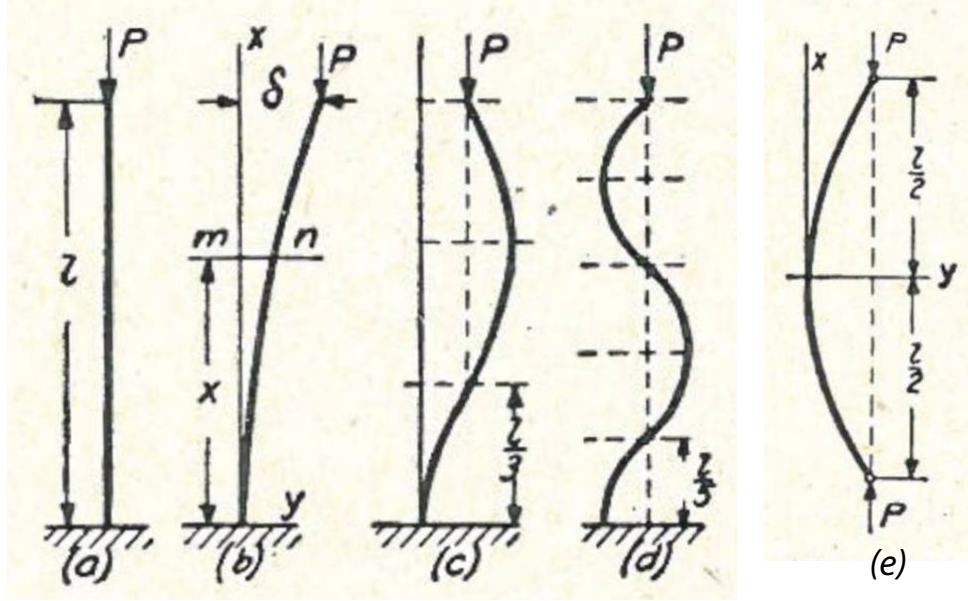


FIGURE 1.12 (a, b, c et d) Les premiers modes de flambage d'une poutre ancrée à une extrémité. (e) Premier mode de flambage d'une poutre attachée avec deux rotules aux deux extrémités [66].

1.4 Écoulement visqueux et coefficients de traînée

Dans cette section nous allons écrire les forces visqueuses appliquées à un objet solide par un fluide en écoulement. On fait l'hypothèse que l'écoulement n'est pas perturbé par l'objet. Nous nous plaçons dans le cadre de la théorie des corps élancés et pour des écoulements de Stokes c'est-à-dire dans lesquels les forces inertielles sont négligeables. Le cas des corps élancés (c'est-à-dire un corps dont le rapport d'aspect tend vers zéro) a été considérablement étudié dans les années 1970, en particulier par Batchelor [67] et Cox [68], [69]. Avant les travaux de Batchelor toutes les publications dans ce domaine concernaient les corps élancés de section circulaire comme c'est le cas pour Tuck (en 1964) [70]. Batchelor a généralisé la théorie à des corps élancés de sections non circulaires. Pour déterminer l'expression de la force visqueuse, Batchelor a utilisé la théorie selon laquelle la perturbation de l'écoulement par l'objet solide peut s'écrire par une distribution linéique de stokeslets convenablement choisie. On rappelle qu'un stokeslet représente la vitesse due à une force extérieure agissant sur le fluide et concentrée en un point.

Pour déterminer la force de traînée appliquée à un objet solide fixe, nous nous plaçons dans le cadre des écoulements à bas nombre de Reynolds où les forces inertielles sont négligeables, la vitesse \vec{u} et la pression p dans le fluide satisfont les équations de Stokes :

$$\eta \nabla^2 \vec{u} - \nabla p = 0 \quad \text{et} \quad \nabla \cdot \vec{u} = 0, \quad (1.16)$$

Ces équations doivent satisfaire la condition de non glissement à l'interface entre le fluide et l'objet.

À partir de l'équation de Stokes, on peut montrer que la force de frottement visqueux \vec{F} appliquée au solide par l'écoulement est reliée à la vitesse par :

$$\vec{F} = \bar{C} \vec{u}, \quad (1.17)$$

avec $\vec{\mathbb{C}}$ le tenseur reliant la force appliquée à la vitesse.

Pour un objet sphérique, qui correspond au premier cas étudié par Stokes, cette force s'écrit :

$$\vec{F} = 6\pi\eta r \vec{u}, \quad (1.18)$$

où η est la viscosité du fluide, r le rayon de la sphère et \vec{u} la vitesse.

Pour le cas d'un objet allongé de longueur L , ces coefficients sont différents selon la direction considérée. Ces coefficients ont été déterminés en considérant les forces de traînée dans les directions tangentielle et normale à l'objet, elles s'écrivent en projetant la vitesse de l'objet dans ces mêmes directions comme :

$$\vec{F}_\perp = \zeta_\perp L \vec{u}_\perp \quad \text{et} \quad \vec{F}_\parallel = \zeta_\parallel L \vec{u}_\parallel, \quad (1.19)$$

où ζ_\parallel et ζ_\perp sont les coefficients de traînée dans ces directions. Il a été montré que dans le cas des objets allongés de fort rapport d'aspect on a : $\zeta_\parallel \approx 2\zeta_\perp$. Pour un objet allongé de section circulaire ces deux coefficients ont été calculés [38] et s'écrivent comme :

$$\zeta_\parallel = \frac{2\pi\eta}{\log\left(\frac{L}{r}\right) - \frac{1}{2}} \quad \text{et} \quad \zeta_\perp = \frac{4\pi\eta}{\log\left(\frac{L}{r}\right) + \frac{1}{2}}, \quad (1.20)$$

Il est à souligner que pour une fibre transportée librement dans l'écoulement des conditions de forces et de couple nuls doivent être satisfaites.

1.5 Le nombre élasto-visqueux

Nous allons maintenant lier l'élasticité de la fibre aux forces visqueuses exercées par l'écoulement. Le nombre sans dimension élasto-visqueux, que nous notons Sp et qui compare les effets élastiques aux effets visqueux est défini comme le rapport des forces visqueuses et élastiques. Pour cette étude nous nous intéressons plus particulièrement à l'instabilité de flambage d'un filament. La force à l'origine de ce flambage correspond à la force de compression visqueuse, c'est-à-dire à la force de traînée parallèle à l'objet :

$$\vec{F}_\parallel = \zeta_\parallel L \vec{u}_\parallel \quad \text{où} \quad \zeta_\parallel = \frac{2\pi\eta}{\log\left(\frac{L}{r}\right) - \frac{1}{2}}, \quad (1.21)$$

La force élastique dérive de l'énergie élastique qui s'écrit :

$$E = \int \frac{B}{2} \mathcal{C}(s)^2 ds, \quad (1.22)$$

Où B correspond au module de flexion qui est égal à $\frac{\pi Y r^4}{4}$ pour un filament de section circulaire de rayon r et de module de Young Y . s est l'abscisse curviligne du filament et \mathcal{C} sa courbure locale. Une analyse dimensionnelle dans l'approximation des petites déformations permet d'écrire :

$$F_E \propto \frac{Y r^4}{L^2}, \quad (1.23)$$

Le nombre élasto-visqueux Sp s'écrit, en ordre de grandeur, en fonction des paramètres de l'écoulement (sa viscosité η et sa vitesse U) et du filament élastique (sa longueur L , son rayon r et son module de Young Y) comme :

$$Sp = \frac{\eta U}{Y} \left(\frac{L^3}{r^4} \right) = \frac{\eta \dot{\gamma}}{Y} \left(\frac{L}{r} \right)^4, \quad (1.24)$$

en introduisant le taux de cisaillement $\dot{\gamma} = \frac{U}{L}$

Sp peut aussi être interprété comme le rapport entre le temps typique de l'écoulement $\dot{\gamma}^{-1}$ et le temps typique de relaxation du filament τ : $Sp = \tau \dot{\gamma}$, on en déduit alors τ

$$\tau = \frac{\eta}{Y} \left(\frac{L}{r} \right)^4, \quad (1.25)$$

Cette expression indique que plus le filament est court plus la relaxation est rapide. Cette relaxation sera aussi d'autant plus rapide que le module de Young est élevé. Par contre le temps de relaxation croît avec la viscosité, donc plus celle-ci est grande plus la relaxation du filament est lente.

Dans la suite de ce manuscrit nous choisirons les mêmes coefficients numériques que [61] pour permettre une comparaison directe des résultats expérimentaux et numériques obtenus en collaboration avec Michael Shelley .

Chapitre 2

Principe de l'expérience

Chapitre 2 : Principe de l'expérience

[↑ retour à la table des matières](#)

1.1	État de l'art	22
1.2	Transport et déformation d'un filament élastique	26
1.3	Elastica	29
1.4	Écoulement visqueux et coefficients de traînée	32
1.5	Le nombre élasto-visqueux	33

2.1 Principe de l'expérience

Dans cette étude nous nous intéressons à l'interaction qui a lieu entre un objet déformable et un écoulement visqueux. En effet, un objet élastique dans un écoulement visqueux peut être déformé par celui-ci, la déformation de l'objet induit à son tour une modification de l'écoulement et ainsi de suite, ce qui crée ainsi une rétroaction entre l'écoulement et l'objet déformable.

Afin d'étudier expérimentalement cette interaction et son influence sur les propriétés de transport de l'objet, nous avons choisi un système modèle macroscopique simple constitué d'un filament élastique et d'un écoulement visqueux constitué d'un réseau de points de stagnation. Cet écoulement présente un fort taux de compression au niveau des points de stagnations permettant la déformation d'objets élastiques et est constitué de lignes de courant fermées, ce qui le rend idéal pour l'étude des propriétés de transport d'objets déformables. En effet, dans ce type d'écoulement un objet ponctuel reste piégé au niveau d'un point de stagnation ou sur une ligne de courant.

Le dispositif expérimental utilisé pour cette étude est constitué d'un filament déformable de taille centimétrique flottant à la surface d'un écoulement cellulaire à bas nombre de Reynolds créé par un forçage électromagnétique. Dans ce chapitre nous allons présenter les différents éléments du dispositif expérimental, puis les processus d'acquisition et de traitements des données.

2.2 Dispositif expérimental

2.2.1 Montage expérimental

Notre écoulement est créé par un dispositif inventé initialement pour l'étude de la turbulence 2D ([71], [72]). Un réseau de points de stagnation est engendré par un réseau de vortex, obtenu via un forçage électromagnétique. Notre champ magnétique B est généré par un réseau de 4×5 aimants (fournis par SUPERMAGNETE) dont l'orientation des pôles Nord et Sud est alternée, placé sous une cuve de $15 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ contenant un électrolyte visqueux avec une épaisseur de 5 mm (cf. Figure 2.1). La taille des aimants utilisés est de 3 cm , elle détermine celles des vortex : W . Nous imposons un courant électrique continu entre deux électrodes rectangulaires composées de feutre de carbone qui assure une distribution homogène du courant dans la cuve.

La force de Laplace $\vec{I} \times \vec{B}$, ainsi créée, induit une déviation des lignes de courant conduisant à la formation du réseau de vortex contrarotatifs. Les points de stagnation sont situés à la jonction de quatre vortex. Un générateur (HEWLETT PACKARD 6644A) produit le courant électrique dont l'intensité varie entre 50 et 450 mA qui permet de contrôler la vitesse de l'écoulement.

Une caméra CCD PIXELINK est placée au-dessus de la cuve. Les images qu'elle acquiert permettent de suivre l'évolution de la position et de la forme du filament.

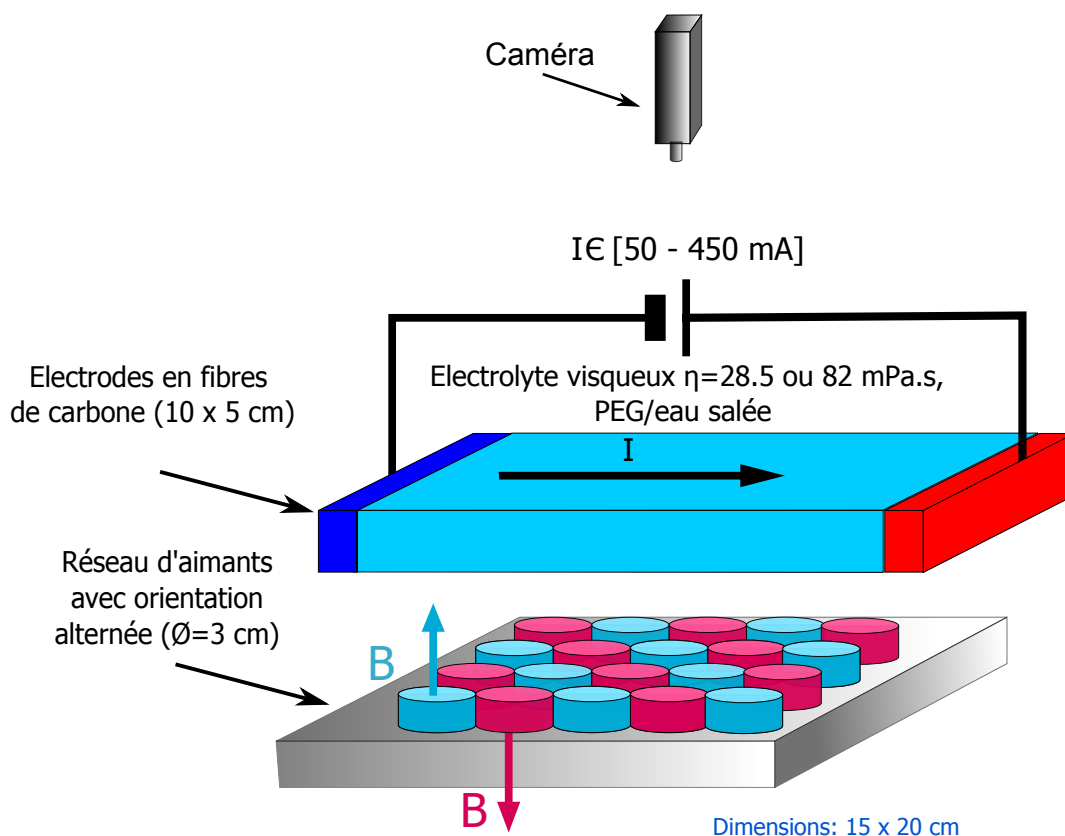


FIGURE 2.1 Schéma du montage expérimental.

2.2.2 L'électrolyte

L'électrolyte est un mélange d'eau purifiée et chlorure de sodium (de 99% de pureté fourni par SIGMA-ALDRICH) jusqu'à saturation c'est-à-dire à 3,9 mol/L et de Polyéthylène glycol de masse moléculaire 1000 (fourni par SIGMA-ALDRICH) pouvant supporter la circulation de courant électrique. L'adjonction de Polyéthylène glycol sert à viscosifier l'électrolyte afin d'avoir un écoulement à bas nombre de Reynolds. Pour la réalisation de nos expériences nous avons utilisé deux électrolytes avec des proportions eau salée/PEG différentes afin de modifier la viscosité η . La solution la plus visqueuse est composée de 66% de PEG et l'autre de seulement 50%, que l'on appellera par la suite *E66* et *E50*. La Table 2.1 récapitule les proportions utilisées pour les deux électrolytes.

La résistivité électrique de ces deux solutions étant différente, les valeurs maximales du courant électrique I pouvant être atteinte, en utilisant le générateur de tension à sa puissance maximale, pour chacun des électrolytes sont elles aussi différentes. Elles sont égales à 150 et

Electrolyte	Eau purifiée (mL)	NaCl (g)	PEG (mL)
E66	200	45	400
E50	400	90	400

TABLE 2.1 Proportions des composants des deux électrolytes. Le PEG étant solide à température ambiante, il est préalablement chauffé à 50 °C. Le sel est d'abord dissout dans l'eau, le PEG est ensuite mélangé à l'eau salée sous agitation durant 2 heures.

450 mA respectivement pour E66 et E50.

Caractérisation de l'électrolyte

Rhéologie

Les mesures de viscosité des électrolytes ont été réalisées avec un rhéomètre (THERMO/HAAKE RHEOSTRESS RS100) de géométrie cône-plan (cf. [Annexe A](#)), qui présente l'avantage d'avoir un cisaillement constant dans tout l'entrefer, avec un cône de rayon $R_K = 30$ mm et un angle d'ouverture $\alpha = 1^\circ$ (cf. [Figure 2.2.a](#)).

La viscosité du fluide η est donnée par la loi de Newton [73] :

$$\eta = \frac{\sigma}{\dot{\gamma}}, \quad (2.1)$$

où σ et $\dot{\gamma}$ sont respectivement la contrainte imposée et le taux de cisaillement. Ici, le rhéomètre impose un couple (*i.e.* la contrainte σ) et la vitesse angulaire (*i.e.* le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$) est mesurée.

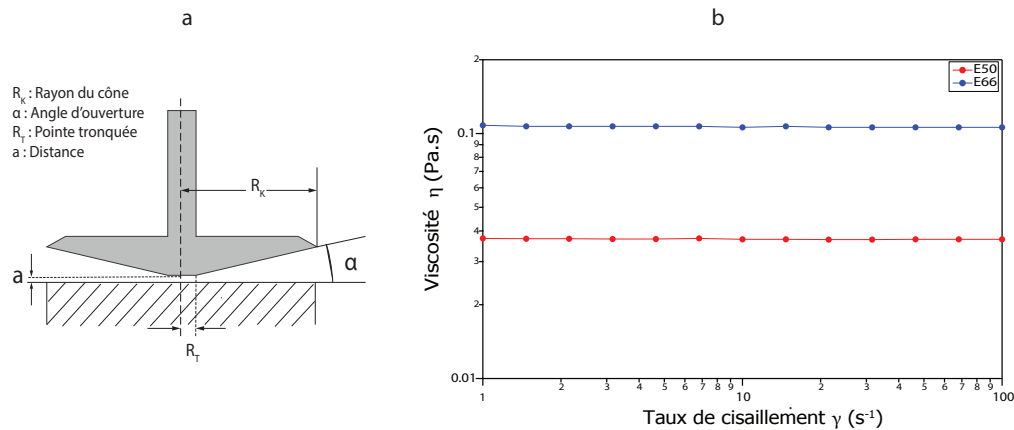


FIGURE 2.2 (a) Schéma de la géométrie cône-plan du rhéomètre. (b) Viscosité des deux électrolytes E50 et E66 en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ à $T = 23,4^\circ\text{C}$.

La [Figure 2.2.b](#) représente les viscosités des solutions E50 et E66, mesurées à température ambiante ($T = 23,4^\circ\text{C}$), en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$. Comme nous pouvons le constater sur cette figure la valeur de la viscosité de ces deux solutions est indépendante du taux de cisaillement. Nous en déduisons que ces électrolytes sont des liquides newtoniens, sans effets visco-élastiques. Nous utiliserons dans la suite la valeur moyenne de la viscosité pour chacun des électrolytes.

La viscosité d'un liquide est en général très dépendante de la température. Comme la circulation du courant électrique I induit une augmentation de la température de l'électrolyte, nous nous sommes donc intéressés à l'évolution de la viscosité en fonction du temps passé dans la cuve sous circulation du courant I . Pour cela, nous avons prélevé des échantillons d'électrolyte dans la cuve à plusieurs instants, et mesuré la température dans celle-ci. Les différents prélèvements ont été réalisés pour les deux électrolytes avec comme intensité de courant la valeur maximale accessible pour chacune des solutions soit 450 et 150 mA respectivement pour E50 et E66. La viscosité de ces différents échantillons a ensuite été mesurée à différentes températures. Les résultats de ces mesures sont représentés sur la Figure 2.3. Sur le graphique (a) sont représentées les températures dans la cuve en fonction du temps écoulé depuis la mise en circulation du courant. Nous pouvons constater que pour chacune des solutions la température augmente rapidement puis se stabilise après 5 min à environ 30 °C pour la solution E50 et à environ 28,5 °C pour E66. Afin de réaliser nos expériences à une température stable nous attendons 5 min après la mise en circulation du courant I . Sur le graphique (b) sont tracées les viscosités des deux solutions pour l'échantillon prélevé 30 min après la mise en marche de l'écoulement pour différentes températures sur le rhéomètre. Nous observons une diminution de la viscosité avec la température qui est plus importante pour la solution E50. Les deux points encadrés correspondent aux viscosités mesurées à la température de stabilisation pour chacun des électrolytes. Ce sont ces valeurs que nous utilisons pour nos expériences : $\eta_{E50} = 28,5 \text{ mPa.s}$ et $\eta_{E66} = 82 \text{ mPa.s}$. Nous avons aussi vérifié que l'évaporation est négligeable au cours d'une expérience.

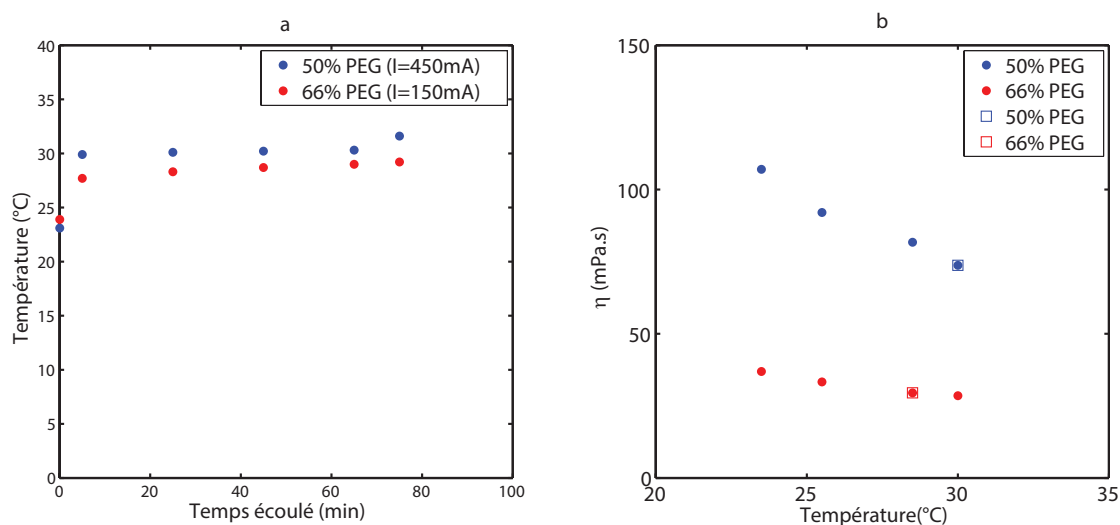


FIGURE 2.3 a : Température dans la cuve en fonction du temps écoulé après établissement du courant. b : Viscosité des électrolytes en fonction de la température. La valeur encadrée correspond à celle mesurée pour la température de stabilisation dans la cuve.

Tension de surface

Il existe plusieurs techniques pour mesurer la tension de surface d'un liquide. Il est possible de la déterminer grâce à des mesures optiques comme par exemple dans le cas de la goutte pendante où la forme de cette dernière est imposée par les forces qui la maintiennent à l'équilibre : la gravité et la capillarité. D'autres méthodes utilisent des mesures de force comme la mesure de pression dans une bulle ou la méthode de Wilhelmy dans laquelle on mesure la force permettant de maintenir une plaque à l'équilibre. Pour ce type de mesures, les plaques

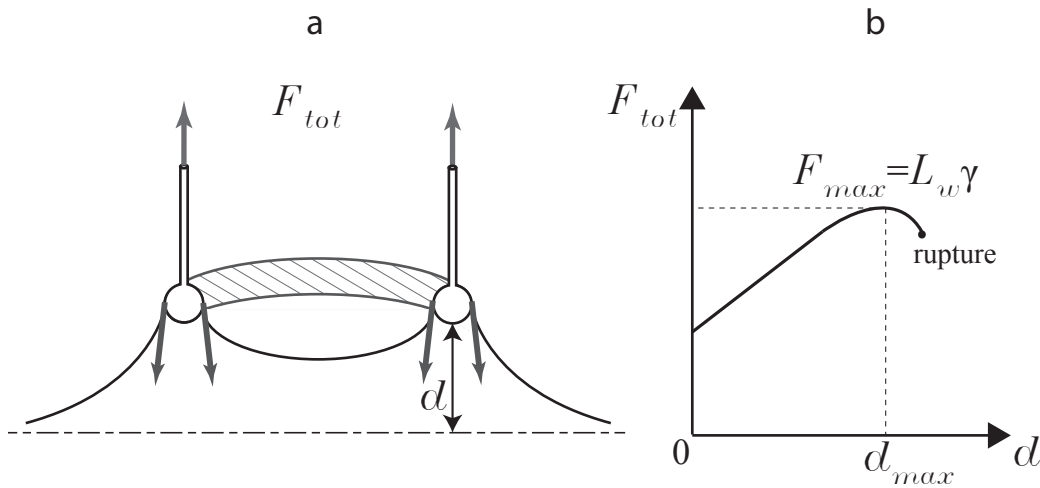


FIGURE 2.4 a : Représentation des forces capillaires exercées par un liquide sur un anneau de platine avec un angle de contact nul. b : Force totale appliquée F_{tot} en fonction de la distance d au dessus du bain de liquide. La force F_{tot} atteint un maximum F_{max} en d_{max} , lié à la tension de surface γ [74].

utilisées sont généralement des plaques en platine, qui sont totalement mouillées par la plupart des liquides, ce qui permet de s'affranchir de la dépendance avec l'angle de contact. Pour réaliser nos mesures de tension de surface, nous avons choisi une méthode dérivée de celle de Wilhelmy dans laquelle nous utilisons un anneau en platine [74] comme schématisé sur la Figure 2.4. L'utilisation d'un anneau permet d'obtenir des résultats plus précis parce que la ligne de contact est plus longue. Dans ce cas là, la force maximale F_{max} d'arrachement est donnée par :

$$F_{max} = L_w \gamma, \quad (2.2)$$

où L_w est la longueur de mouillage. Pour réaliser nos mesures, nous avons utilisé un tensiomètre KRÜSS MK100. Nous avons ainsi mesuré une tension de surface γ égale à $43 \pm 0.1 \text{ mN m}^{-1}$ pour l'électrolyte E50.

Densité

La densité des deux solutions ρ , mesurée avec un densiomètre (ANTON PAAR), est égale à $1,25 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ à une température de 28°C .

2.2.3 Le filament élastique

Les filaments élastiques utilisés pour cette étude doivent répondre à plusieurs contraintes : ils doivent avoir une géométrie et une flexibilité contrôlées, la flexibilité du matériau doit être relativement faible pour que le filament puisse être déformé par l'écoulement. Le matériau utilisé doit être stable dans la solution : il ne doit pas se désintégrer, se contracter ou gonfler au contact de l'électrolyte ce qui impose d'écarter les hydrogels. Nous cherchons aussi un matériau qui flotte à la surface de l'écoulement ce qui permet d'avoir une dynamique bidimensionnelle et une visualisation simple. Pour répondre à ce critère le matériau doit être moins dense que

l'électrolyte afin d'éviter son immersion et ne doit pas être totalement hydrophile pour flotter à la surface.

Un matériau qui répond le mieux à ces critères est un élastomère, destiné aux dentistes pour faire les empreintes dentaires. Il est constitué d'une base, le polyvinylsiloxane, comparable au PDMS (polydiméthylsiloxane) et d'un réticulant. Le polysiloxane est constitué de groupements $\text{Si}-\text{CH}_3$ qui forment des liaisons en présence de groupements $\text{Si}-\text{OH}$ contenus dans le réticulant.

Les élastomères que nous avons utilisés pour la fabrication de nos filaments sont fournis par la société ZHERMARK. Plusieurs couples base/réticulant sont disponibles avec différentes valeurs de module élastique pour un mélange dans les mêmes proportions des deux composants. Ces différents couples présentent des colorations différentes, nous les qualifierons donc par leurs couleurs sauf pour le plus souple qui est blanc et que nous avons nommé « Ultimate ». Un moyen de modifier plus finement le module élastique est de faire varier les proportions base/réticulant. Ce matériau permet ainsi d'obtenir des élastomères d'élasticité contrôlée.

Fabrication des filaments

Pour fabriquer les filaments nous faisons réticuler l'élastomère dans des capillaires en verre. Pour cela nous prélevons à l'aide d'une seringue 1 mL de base, ainsi qu'1 mL de réticulant (dans le cas d'un élastomère avec les mêmes proportions base/réticulant) et le tout est mélangé vigoureusement jusqu'à obtenir un mélange homogène. Nous laissons ensuite reposer le mélange une minute afin de permettre aux bulles présentes de remonter à sa surface. Le mélange encore liquide est ensuite aspiré avec une seringue dans des capillaires en verre (fournis par la société MICROCAPS), de diamètres différents (90 μm , 140 μm , 200 μm et 350 μm) et d'une longueur de 3,2 cm.

Le nombre de filaments fabriqué en même temps est limité par la prise rapide de l'élastomère et est d'environ 10. Nous laissons la pâte réticuler au moins 8h avant d'extraire le filament du capillaire en verre. Pour cela, nous commençons par initier une fissure proche d'une extrémité du capillaire. Nous cassons ensuite le capillaire au niveau de cette fissure. Puis le capillaire est plongé dans un bain d'éthanol afin de faciliter l'extraction du filament en le tirant à l'aide d'une pince. Le filament est ensuite coupé à la longueur souhaitée à l'aide d'une paire de ciseaux.

Caractérisation du filament

Longueur et rayon

La longueur des filaments est déterminée pour chaque filament au début d'expérience, l'erreur de mesure sur la longueur est environ $\Delta L = 0,25$ mm c'est-à-dire de l'ordre de quelques pourcents. Quant au rayon des filaments, il a été déterminé à l'aide d'un microscope (cf. Figure 2.5) pour plusieurs filaments (de rigidité différente) pour les quatre diamètres de capillaires utilisés. Ces mesures sont répertoriées dans la Table 2.2 et l'erreur reportée correspond à l'écart-type des différentes mesures.

Module élastique

Pour déterminer le module élastique des filaments étudiés nous avons fait deux types de mesure. L'une à l'aide d'un rhéomètre et l'autre en mesurant directement le module de flexion du filament.

- La première mesure du module élastique a été réalisée en utilisant un rhéomètre permettant ainsi de sonder le comportement visco-élastique du matériau dans le volume.

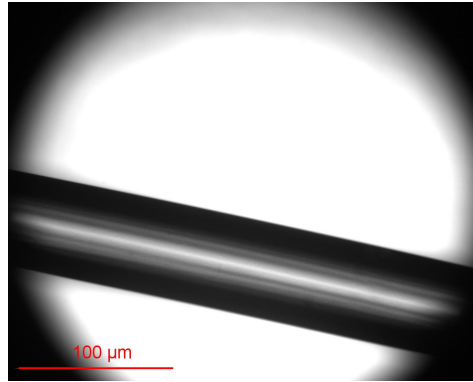


FIGURE 2.5 Observation d'un filament élastique au microscope (grossissement 10X) pour la détermination de son diamètre.

Diamètre nominal du capillaire (μm)	Diamètre moyen mesurée (μm)
90	82 ± 1.3
140	124 ± 1.1
200	176 ± 1.3
350	300 ± 1.6

TABLE 2.2 Diamètres moyens mesurés correspondant aux différents capillaires.

Cette méthode consiste à déformer le matériau en imposant une contrainte oscillante σ (cf. Équation 2.3) à différentes fréquences d'oscillation f afin d'en sonder l'influence. Cette mesure permet d'accéder au module de conservation G' et au module de perte G'' , qui correspond respectivement à la réponse en phase et en quadrature de phase (cf. Annexe A), à partir desquels nous déduisons la valeur du module de Young [75].

$$\sigma = \sigma_0 \cos(2\pi ft), \quad (2.3)$$

Pour cette mesure du module élastique nous avons utilisé le rhéomètre (THERMO/HAAKE RHEOSTRESS RS100), avec une géométrie plan-plan. Nous avons choisi un rotor de rayon $R = 1cm$ et un entrefer $e = 0.5mm$. L'amplitude σ_0 des contraintes imposées σ ont des valeurs fixes égales à 1000 Pa ou à 5000 Pa selon la rigidité du matériau. Le choix de la valeur de la contrainte est dicté d'une part par le fait que son amplitude doit être suffisamment faible pour rester dans le régime élastique linéaire du matériau, et d'autre part suffisamment élevée pour avoir une déformation mesurable. Chaque mesure est faite pour une gamme de fréquence d'oscillation variant de 0.1 à 10 Hz.

Pour réaliser ces mesures nous avons directement mis à réticuler l'élastomère dans l'entrefer du rhéomètre durant 8 heures afin qu'il soit rempli par celui-ci.

Les résultats de ces mesures sont représentés, pour quelques élastomères utilisés, sur la Figure 2.6. Nous pouvons tout d'abord noter que pour chacun des élastomères, le module de perte qui correspond à la partie visqueuse du matériau est inférieur de plus d'une décade au module de conservation qui correspond à sa partie élastique. Ce matériau présente donc un comportement élastique sur la gamme des fréquences sondées (la fréquence caractéristique de l'écoulement construite à partir de la vitesse maximale et la taille des cellules est de l'ordre 0,1 Hz et appartient ainsi à la gamme des fréquences

sondées). Nous observons aussi que les modules de conservation dépendent peu de la fréquence et varient de 10^3 à 10^6 Pa. Afin de sonder une éventuelle variation du module de perte G'' et de conservation G' avec le temps, nous avons réalisé ces mêmes mesures après des temps d'attente plus longs (24h) et aucune différence n'a été observée.

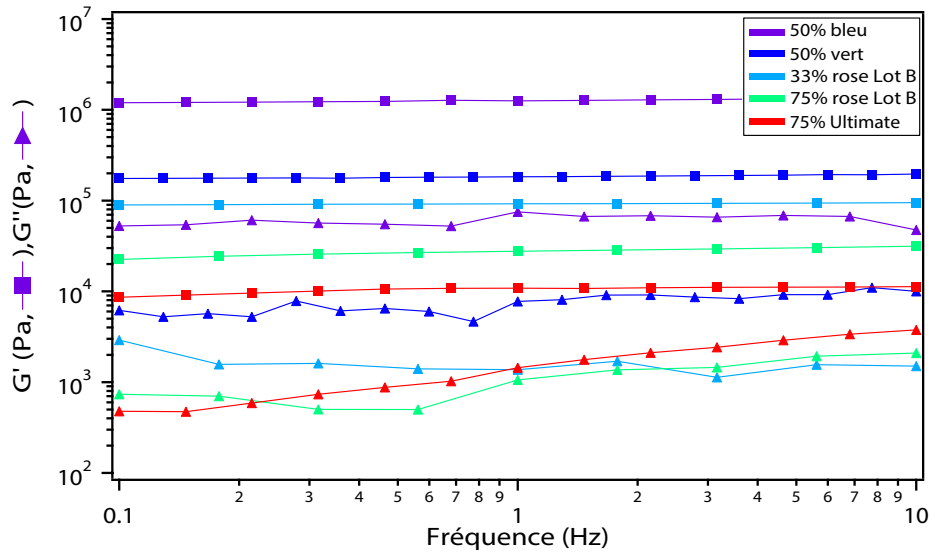


FIGURE 2.6 Module de conservation G' et module de perte G'' pour cinq élastomères utilisés. La mesure a été réalisée 8h après la fabrication des élastomères.

La relation entre le module de conservation G' et le module de Young Y s'écrit :

$$G' = \frac{Y}{2(1 + \nu)} , \quad (2.4)$$

où ν est le module de Poisson du matériau. Pour les matériaux incompressibles, comme les élastomères, ce module vaut $\frac{1}{2}$ [75]. L'Équation 2.4 se simplifie en

$$Y = 3G' , \quad (2.5)$$

On déduit de cette équation le module élastique de chaque mélange d'élastomère. La valeur du module de Young pour chaque mélange est prise égale à la moyenne des mesures aux différentes fréquences et nous prenons comme erreur ΔY leurs écarts quadratiques qui est d'environ 5%. Les modules d'Young ainsi obtenus sont répertoriés dans la Table 2.3.

- La deuxième méthode utilisée est celle du cantilever, dont le principe, décrit dans l'Annexe B, est d'étudier la forme d'une poutre encastrée sous l'effet de son propre poids. Cette méthode présente l'avantage de réaliser une mesure directe du module de flexion des filaments à partir desquels nous pouvons déduire le module de Young du matériau. Elle permet aussi de constater les éventuelles différences par rapport aux mesures faites en volume par le rhéomètre. Pour réaliser cette mesure, nous avons ajusté la forme prise par les filaments soumis à leur propre poids comme sur la Figure 2.7 par leur équation

théorique. Ici nous considérons le cas général [76] et non uniquement celui des faibles déformations comme cela est décrit dans l'Annexe B. Cet ajustement est réalisé en utilisant la méthode numérique des moindres carrés, avec comme paramètre ajustable le module de Young Y .

Les résultats de ces mesures, moyennés pour des filaments de différents rayons et de différentes longueurs, sont répertoriés dans la Table 2.3. L'erreur reportée correspond à l'écart-type des différentes mesures, sa faible valeur montre la reproductibilité de la mesure pour différents filaments.

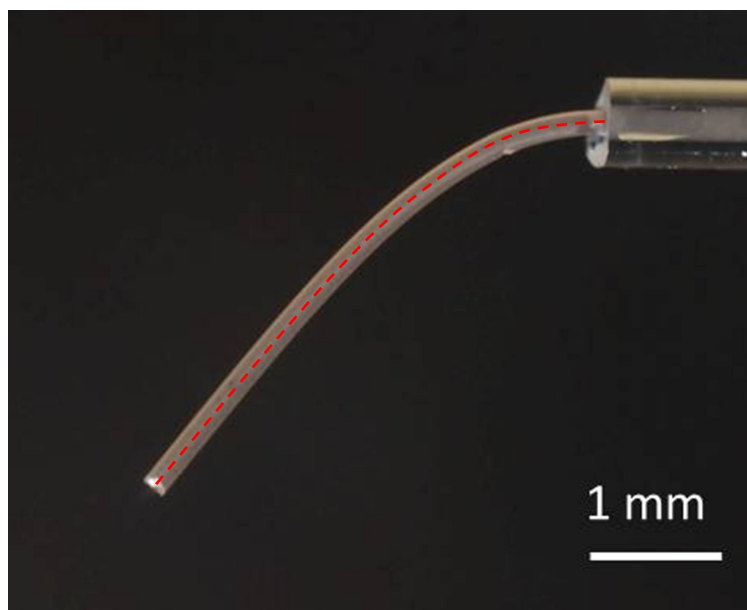


FIGURE 2.7 Filament soumis à son propre poids et ajustement de sa forme par la courbe théorique.

Nous pouvons noter un assez bon accord entre les valeurs de module de Young obtenues par les mesures faites au rhéomètre et celles obtenues en utilisant la méthode du cantilever, l'écart étant de l'ordre de 10%. Nous pouvons donc en déduire que la manière dont l'élastomère réticule (en volume ou dans un capillaire) ne modifie pas la valeur de son module de Young. Ces mesures confirment que nous avons peu de variation de la géométrie du filament, en particulier de son rayon.

Densité et angle de contact

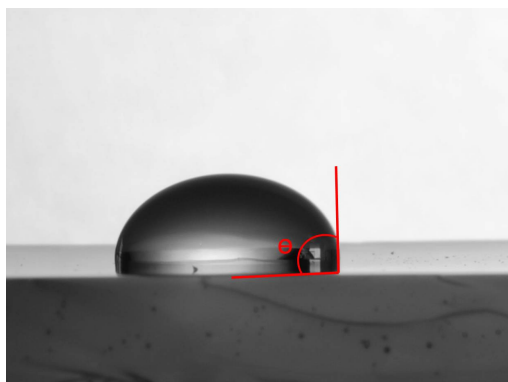
La densité du matériau utilisé pour réaliser les filaments élastiques est de 1.1 ± 0.04 . L'angle de contact entre le matériau et les électrolytes a aussi été mesuré (cf. Figure 2.8). La valeur de cet angle pour les différents élastomères est de $90 \pm 3^\circ$ pour les deux électrolytes. Étant hydrophobe et moins dense que les électrolytes, cet élastomère répond parfaitement à la condition de flottaison.

2.2.4 L'écoulement

L'écoulement, constitué d'un réseau de points de stagnations, est un écoulement complexe. Il est composé d'un écoulement de rotation pure aux niveaux des centres de vortex et d'un écoulement hyperbolique au niveau des points de stagnation.

Produit	Proportion de base	Y(kPa) Rhéomètre	Y(kPa) Cantilever
Bleu	50%	3800	-
Vert	50%	570	595±7
Rose Lot A	33%	180	-
	50%	120	-
	66%	75	-
Rose Lot B	33%	270	-
	50%	195	-
	66%	120	-
	75%	90	-
Rose Lot C	33%	66	69±4
	50%	195	227 ±12
	66%	120	-
	75%	90	96±8
Ultimate	50%	30	38±7
	75%	21	25±8

TABLE 2.3 Modules de Young des différents élastomères.

FIGURE 2.8 Mesure de l'angle de contact θ entre le matériau élastique et l'électrolyte.

Caractérisation de l'écoulement

Le champ de vitesse de l'écoulement a été mesuré au laboratoire par PIV, pour Particle Image Velocimetry. La PIV est une méthode optique, couramment utilisée, de mesure du champ de vitesse d'écoulement. Cette technique permet d'accéder à des champs de vitesse bidimensionnels. La PIV présente aussi l'avantage de réaliser des mesures de vitesse non intrusives (si bien sûr les particules ne perturbent pas l'écoulement, ce qui est généralement le cas) contrairement à d'autres méthodes comme celle du fil chaud.

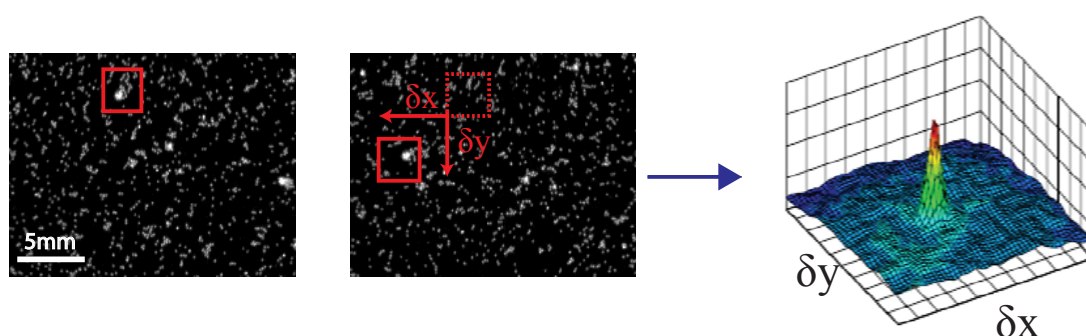


FIGURE 2.9 Principe de la PIV : deux images successives où les fenêtres rouges représentent les boîtes sur lesquels la corrélation d'images est réalisée et représentation de la fonction de corrélation.

Son principe consiste à suivre le déplacement d'une petite fenêtre contenant une dizaine de particules sur des images prises à deux temps successifs t et $t + \delta t$ (cf. Figure 2.9). Le déplacement local d'une fenêtre est obtenu par un calcul de corrélation entre les deux images successives en utilisant le motif formé par les particules contenues dans la fenêtre dont le déplacement est recherché. Ce déplacement $(\delta x, \delta y)$ est donné par les coordonnées du maximum de la fonction de corrélation (cf. Figure 2.9). La vitesse est déduite du déplacement local de la fenêtre, connaissant le temps δt séparant les deux images :

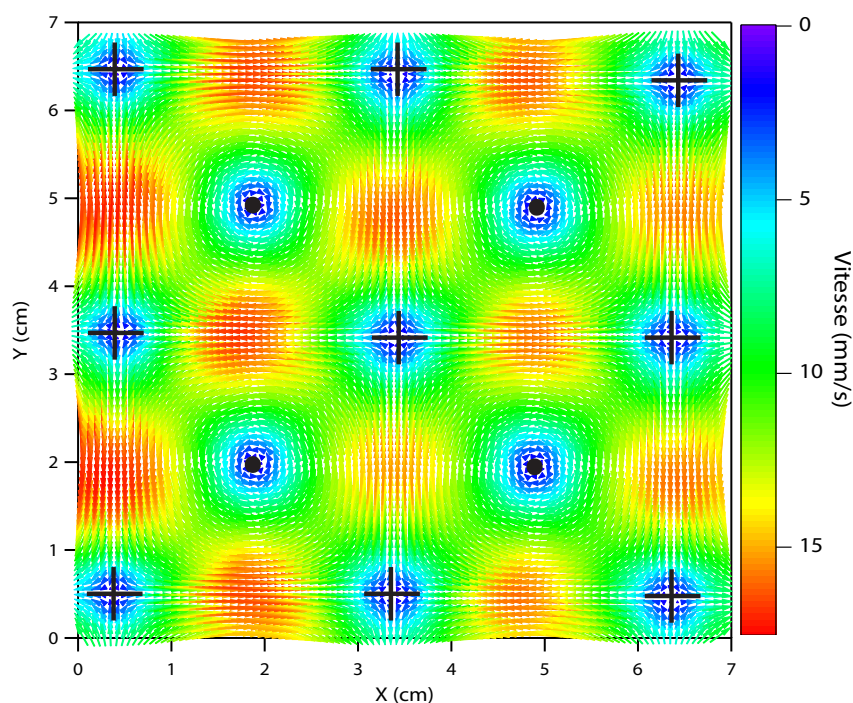


FIGURE 2.10 Champ de vitesse de l'écoulement (réalisé pour l'électrolyte E50 : $T=28^\circ\text{C}$ et $I = 300\text{ mA}$). • correspond au centre des vortex et + au point de stagnation. Pour les deux types de points la vitesse de l'écoulement est nulle.

$$V_x = \frac{\delta x}{\delta t} , \quad (2.6)$$

$$V_y = \frac{\delta y}{\delta t} , \quad (2.7)$$

Sur la [Figure 2.10](#) est représenté le champ de vitesse à la surface de notre écoulement. Ce champ est mesuré pour l'électrolyte E50 à $T=28^\circ\text{C}$ et pour une valeur de courant imposée I égale à 300 mA. Cet écoulement est décrit par :

$$\vec{U}(x, y) = U_0 \begin{bmatrix} \sin\left(\frac{\pi x}{W}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{W}\right) \\ -\cos\left(\frac{\pi x}{W}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{W}\right) \end{bmatrix} , \quad (2.8)$$

avec U_0 la vitesse maximale de l'écoulement. La correspondance entre notre écoulement et l'Équation 2.8 est montrée par les ajustements des courbes de vitesses (cf. [Figure 2.11](#)) $U_x(x)$ selon x pour une valeur de y donnée et les courbes de vitesses $U_y(y)$ selon y pour une valeur de x . Les équations de ces ajustements sont respectivement données par :

$$A \sin(Bx + C) \quad \text{et} \quad D \sin(Ey + F) , \quad (2.9)$$

et pour lesquelles la valeur des coefficients ajustables B et E correspondent aux facteurs $\frac{\pi}{W}$ des Équation 2.8. Sur la [Figure C.1²](#) de l'Annexe C nous pouvons constater que ces deux facteurs ajustables B et E sont comparables pour les différentes valeurs de x et y . Les moyennes B et E respectivement égales à 1.04 et 1.05 correspondent donc bien au facteur $\frac{\pi}{W}$ qui vaut 1.04. La période du réseau de l'écoulement est donc effectivement déterminée par la taille des aimants. À partir de ces ajustements nous pouvons aussi déterminer la valeur de U_0 en ajustant les coefficients A et D respectivement par les courbes :

$$G \cos(Hy + I) \quad \text{et} \quad J \cos(Kx + L) \quad (2.10)$$

où les amplitudes G et J correspondent à U_0 (cf. [Figure 2.12](#)). U_0 est pris égale à la moyenne de ces deux coefficients, il est donc égal pour cet exemple à 21,4 mm/s. Cette vitesse maximale U_0 a été déterminée pour les deux électrolytes E50 et E66 et pour les différentes valeurs de courant imposées.

Les résultats de ces mesures sont représentés sur la [Figure 2.13](#) où nous notons que la vitesse maximale de l'écoulement U_0 est proportionnelle à l'intensité du courant, avec β le coefficient de proportionnalité (cf. [Table 2.4](#)).

À partir des mesures de PIV de l'écoulement nous avons pu déterminer son rotationnel [Figure C.2](#) et sa divergence [Figure C.3](#) qui est inférieure au vingtième du rotationnel ce qui montre que l'écoulement est bien bidimensionnel.

On déduit du système d'Équation 2.8 le taux de compression local $\dot{\epsilon}$ en tout point de l'écoulement qui est défini comme la partie symétrique du tenseur des déformations :

$$\dot{\epsilon} = \frac{\pi U_0}{W} \cos\left(\frac{\pi x}{W}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{W}\right) , \quad (2.11)$$

Sur la [Figure 2.14](#) est représenté le taux de compression local centré autour d'un point de stagnation. Nous pouvons tout d'abord noter que le taux de compression n'est pas uniforme.

²Nous notons que l'ajustement est moins précis pour les courbes de vitesse très près du centre des cellules.

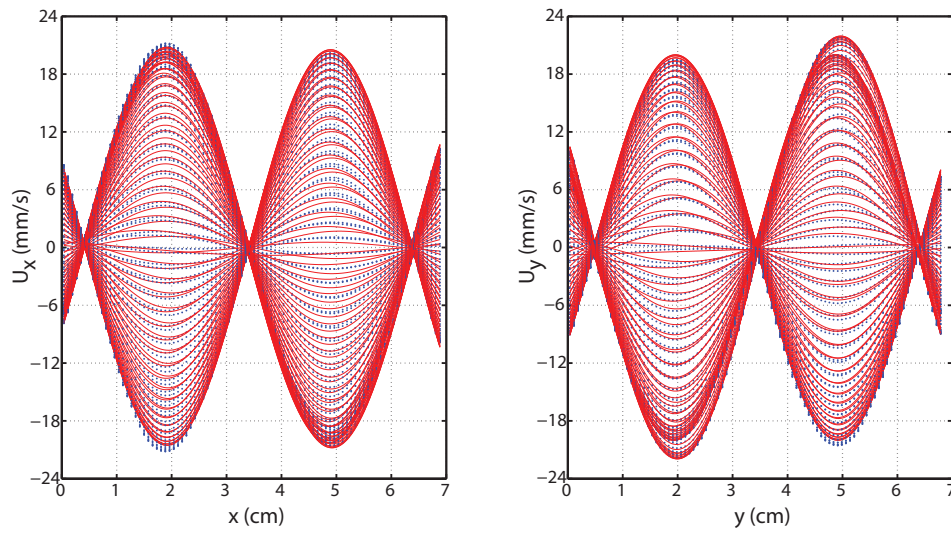


FIGURE 2.11 Ajustement (lignes rouges) des courbes de vitesses (pointillés bleus) $U_x(x)$ selon x (à gauche) et $U_y(y)$ selon y (à droite) pour la solution E50 et pour un courant $I = 400\text{mA}$.

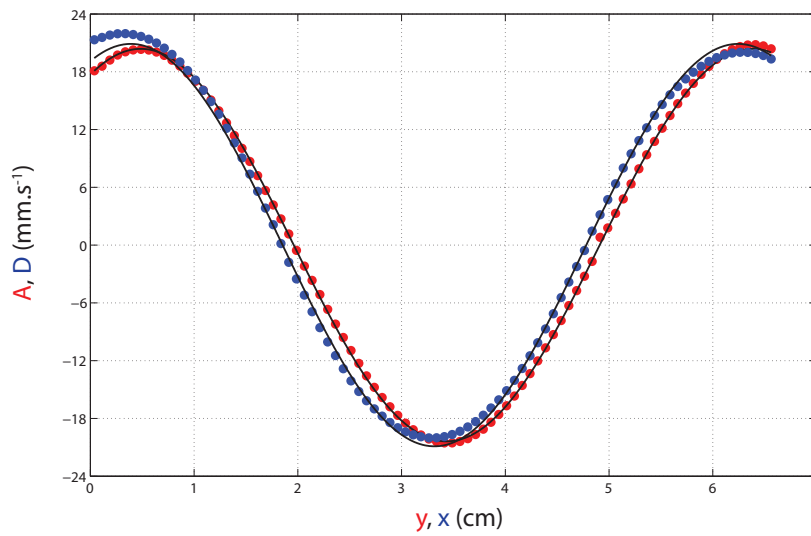


FIGURE 2.12 Ajustement des coefficients A et D déterminant la valeur de la vitesse maximale U_0 pour la solution E50 et pour un courant $I = 400\text{mA}$.

Electrolyte	I (mA)	β (mm/(s mA))	U_0 (mm/s)
E66	[0-150]	$0.022 \pm 0.3 \times 10^{-3}$	[1.1-3.2]
E50	[0-450]	$0.058 \pm 1 \times 10^{-3}$	[2.9-27.3]

TABLE 2.4 Gamme d'intensité et des vitesses maximales U_0 ainsi que leurs coefficients de proportionnalité pour les électrolytes E66 et E50.

Il est nul au centre des vortex et maximum au niveau du point de stagnation. Pour la suite

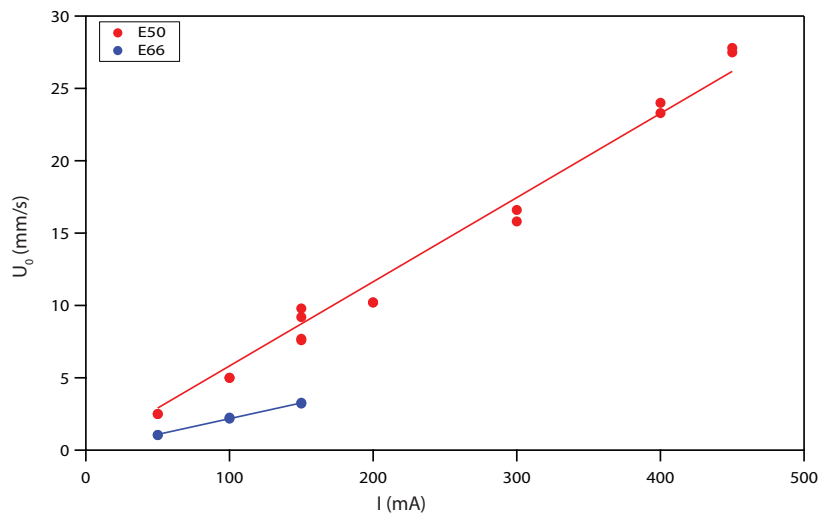


FIGURE 2.13 Vitesse maximale U_0 en fonction du courant appliqué.

de l'étude nous considérons seulement les trajectoires de filaments passant par la zone où le taux de compression est supérieur ou égal à $0.8\dot{\epsilon}_{max}$ comme celle représentée en tiret sur la Figure 2.14. Nous écartons les trajectoires qui ne passent pas par cette zone afin que la valeur la plus élevée du taux compression pour une trajectoire soit relativement constante et nous approximations cette valeur par $\dot{\epsilon}_{max}$.

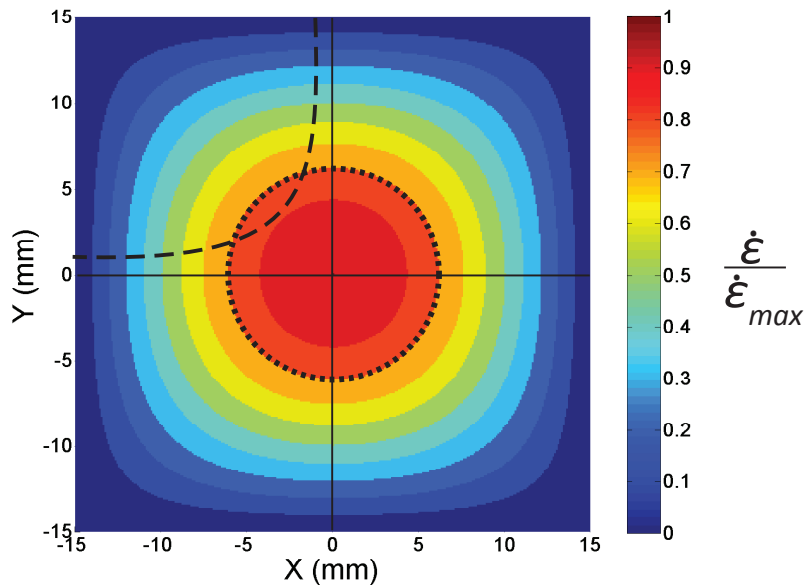


FIGURE 2.14 Champ du taux de compression normalisé par $\dot{\epsilon}_{max}$ et centré sur un point de stagnation. Le cercle en pointillé limite la zone où le taux de compression est supérieur ou égal à $0.8\dot{\epsilon}_{max}$. La courbe en tiret représente la trajectoire d'un filament (pour un écoulement avec la solution E50 et $I = 250$ mA $\dot{\epsilon}_{max}=2$ s⁻¹).

Les nombres de Reynolds typiques de l'écoulement définis comme :

$$Re = \frac{\rho U_0 W}{\eta}, \quad (2.12)$$

sont inférieurs à 1,4 pour la solution E66 et à 37,5 pour la solution E50. Nous pouvons par ailleurs préciser que les écoulements sont très lents. En effet, le temps nécessaire pour parcourir un tour complet d'une cellule est de l'ordre de la minute.

2.3 Acquisition et traitement des données

2.3.1 Acquisition des images

La trajectoire totale ainsi que les déformations du filament sont enregistrées par une caméra située au-dessus de la cuve (cf. Figure 2.1). La caméra est reliée à un ordinateur à partir duquel nous contrôlons le temps d'exposition et le nombre d'images par seconde. Pour nos expériences, nous avons choisi comme paramètres d'acquisition un temps d'exposition de 30 ms et une fréquence d'acquisition de 5 images par seconde afin que le déplacement d'un filament entre deux images successives n'excède pas le millimètre, ce qui permet d'avoir une bonne résolution temporelle sur la position et les déformations du filament. Sur la Figure 2.15 nous avons représenté un exemple d'évolution d'un filament correspondant à la fin d'une expérience. Pour chacune des expériences, l'analyse de la séquence d'image donne accès à la position du centre de masse et des extrémités du filament ainsi qu'à ses courbures moyenne et maximale.

2.3.2 Traitement des images

L'analyse des images se fait grâce à l'utilisation du logiciel imageJ. Les différentes étapes de l'analyse sont implémentées dans un programme permettant l'analyse automatique de toute la séquence d'image d'une expérience :

- Pour commencer nous soustrayons à chacune des images l'image moyenne de la séquence préalablement calculée, ce qui permet de supprimer tout ce qui est fixe (comme les repères tracés sur la cuve) et de ne visualiser que le filament sur l'image.
- Celle-ci est ensuite binarisée en imposant un seuil sur le contraste afin d'avoir le filament représenté en blanc et le reste de l'image en noir.
- Sur cette image binarisée, nous réalisons ensuite une 'analyse de particule', outil de imageJ qui permet de ne garder sur une image que les objets d'une surface et d'une excentricité spécifique. Le but de cette étape est de détecter uniquement le filament élastique en écartant les éventuelles poussières présentes dans l'écoulement.
- Le filament ainsi détecté est réduit à sa ligne moyenne grâce à l'utilisation de l'outil 'squeletonisation' afin de mesurer la position du centre de masse et des extrémités du filament à partir de l'équation paramétrique de cette ligne. L'équation paramétrique de la ligne moyenne est obtenue par ajustement de sa forme par des splines cubiques (fonctions polynomiales d'ordre 3) [77].
- Connaissant l'équation de la ligne moyenne $(x(s), y(s))$, où s correspond à l'abscisse curviligne, nous calculons sa courbure en tout point $C(x(s), y(s))$ à partir de l'Équation 2.13, à partir de quoi nous déduisons la courbure moyenne et la courbure maximale.

$$C(x(s), y(s)) = \frac{x'y'' - y'x''}{(x'^2 + y'^2)^{3/2}}, \quad (2.13)$$

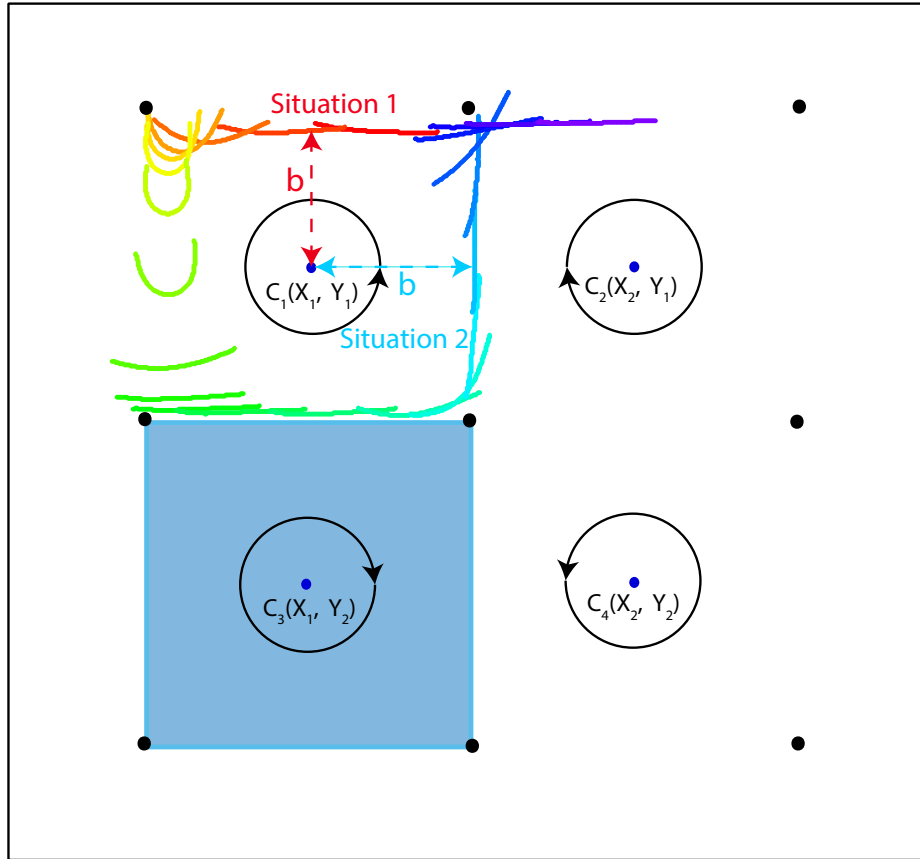


FIGURE 2.15 Superposition de la forme du filament évoluant librement à la surface du réseau de points de stagnation. Le temps s'écoule du rouge au bleu. Les cercles représentent le sens de rotation des vortex contra-rotatifs (• indique le centre des vortex) qui génèrent le réseau de points de stagnation indiqués par •.

Sur la Figure 2.16.a sont représentées les positions du centre de masse x_g et y_g en fonction du temps correspondant à l'expérience de la Figure 2.15. Sur cette figure, nous observons l'oscillation des coordonnées du centre de masse du filament. Un tour complet d'une cellule correspond à une période des coordonnées. Pour cet exemple le filament a effectué quatre tours et demi avant de changer de vortex. Sur les graphiques b, c et d de la Figure 2.16 sont représentées respectivement la distance L_d séparant ses deux extrémités (ou distance bout à bout), la courbure moyenne C_{moy} du filament et la courbure moyenne du filament en fonction de sa distance bout à bout, où nous constatons que ces deux quantités sont évidemment liées.

2.3.3 Traitement des données

Les données obtenues, à partir de l'analyse d'image, sont analysées dans le logiciel Matlab. Ce traitement permet de déterminer dans un premier temps, le début de chaque trajectoire du filament que nous définissons comme un passage au niveau d'un point de stagnation (cf.

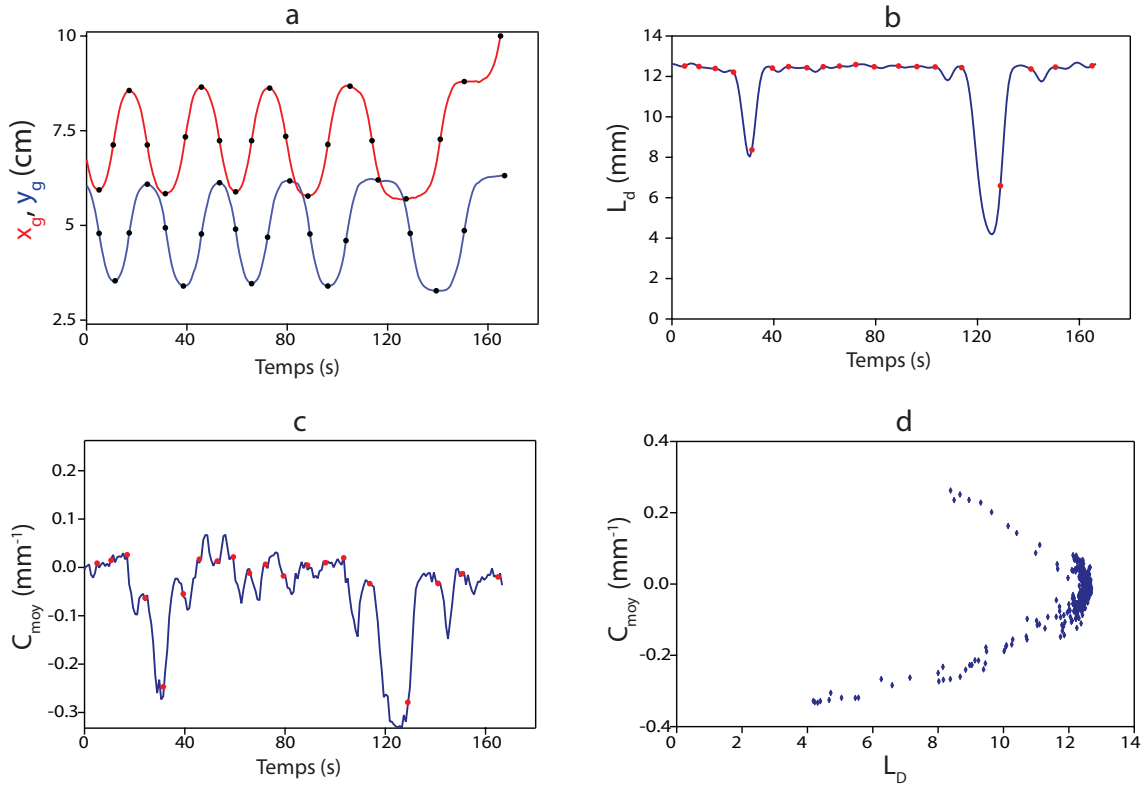


FIGURE 2.16 a. Coordonnées du centre de masse x_g et y_g du filament en fonction du temps. b. Sa distance bout à bout L_d . c. Sa courbure moyenne C_{moy} . Sur les graphiques a, b et c les • correspondent aux débuts de chaque trajectoire. d. La courbure moyenne C_{moy} en fonction de la distance bout à bout L_d du filament, pour l'expérience de la Figure 2.16.

Figure 2.15). Avec cette convention un tour complet d'un vortex est donc constitué de quatre trajectoires. Dans un second temps, nous déterminons pour chaque début de trajectoire, la distance séparant le filament du centre de la cellule (comme indiqué sur la Figure 2.15) à laquelle il appartient. Cette distance est normalisée par la taille d'une demi cellule : $\frac{W}{2}$. Nous déterminons aussi l'orientation du filament par rapport aux axes délimitant les cellules. Nous nommerons par la suite cette distance normalisée b et cet angle θ .

Pour déterminer la distance b nous utilisons les coordonnées des centres de cellules (cf. Figure 2.15) et celles du centre de masse du filament à chaque début de trajectoire (x_{ge} ou y_{ge}). Afin de déterminer les coordonnées du filament pour chaque début de trajectoire nous recherchons les positions du centre de masse du filament pour lesquelles une de ses coordonnées (x_g ou y_g) est égale à une coordonnée du centre d'une des cellules (C_1, C_2, C_3 ou C_4).

Les points noirs sur la Figure 2.16.a correspondent aux coordonnées du filament à chaque début de trajectoire. Le début de chaque trajectoire étant déterminé, nous en déduisons la distance b . Selon la position du filament, qu'il se trouve dans la situation 1 ou 2 de Figure 2.15, la valeur de b est donnée par l'une des équations suivantes :

$$b = \frac{|y_{ge} - y(C_i)|}{W/2} \text{ dans la situation 1 et } b = \frac{|x_{ge} - x(C_i)|}{W/2} \text{ dans la situation 2,} \quad (2.14)$$

où x_{ge} et y_{ge} sont les coordonnées du centre de masse du filament au début d'une trajectoire

et i correspond à l'indice de la cellule dans laquelle se trouve le filament. La valeur de b peut varier de 0 (le filament se trouve au niveau du centre d'une cellule) à 1 (il se trouve sur un axe délimitant la cellule). Sur la Figure 2.17 est représentée l'évolution de b en fonction du temps pour l'expérience de la Figure 2.15. Dans cet exemple, le filament est constamment à proximité des axes bordant les cellules ($b \geq 0.9$).

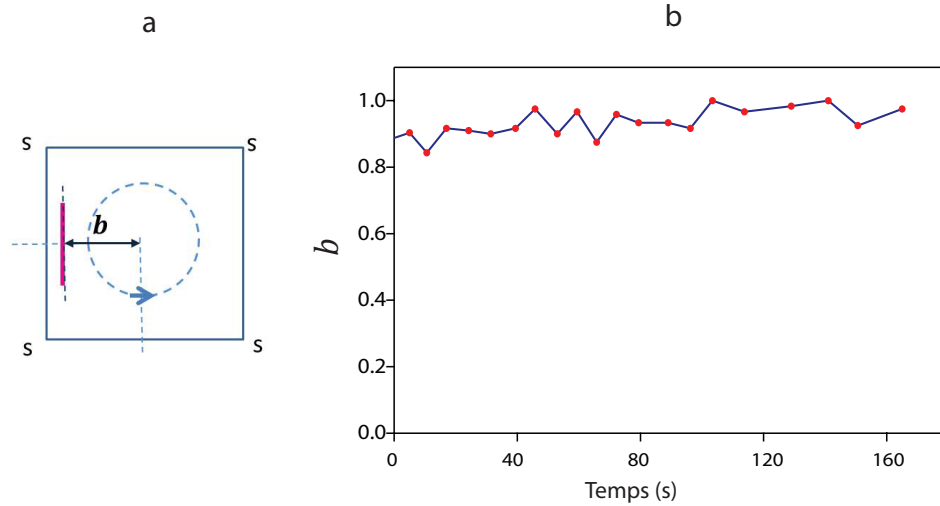


FIGURE 2.17 (a) Schéma définissant le paramètre b (les « s » correspondent aux positions des points de stagnation). (b) Distance séparant le filament du centre de la cellule à laquelle il appartient à chaque début de trajectoire (cf. Figure 2.16). Pour l'expérience de la Figure 2.16

Pour mesurer l'angle que fait le filament avec les axes délimitant les cellules pour chaque début de trajectoire, nous utilisons les coordonnées des extrémités du filament à l'entrée des trajectoires. La valeur absolue de l'angle est donnée par l'Équation 2.15 ou l'Équation 2.16 selon la localisation du filament c'est-à-dire si à l'entrée d'une trajectoire le filament est à proximité d'un axe de direction x , cas 1 sur la Figure 2.15, ou de direction y , cas 2.

$$\theta = \cos^{-1} \frac{|(x_{A_e} - x_{B_e})|}{(x_{A_e} - x_{B_e})^2 + (y_{A_e} - y_{B_e})^2} \text{ dans la situation 1 ,} \quad (2.15)$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{|(y_{A_e} - y_{B_e})|}{(x_{A_e} - x_{B_e})^2 + (y_{A_e} - y_{B_e})^2} \text{ dans la situation 2 ,} \quad (2.16)$$

où (x_{A_e}, y_{A_e}) et (x_{B_e}, y_{B_e}) sont les coordonnées des extrémités (A, B) du filament au début de chaque trajectoire.

Nous avons choisi d'affecter un signe positif à l'angle si le filament est orienté selon les lignes de courant de la cellule à laquelle il appartient, ou un signe négatif dans le cas contraire comme cela est schématisé sur la Figure 2.18. Nous précisons que pour un filament initialement légèrement déformé, l'angle θ est défini comme étant formé par la droite passant par ses extrémités et l'axe bordant la cellule.

Sur Figure 2.18 nous avons représenté l'angle entre le filament et les axes délimitant les cellules pour chaque début de trajectoire. Certaines valeurs d'angle sont faussées du fait d'une forte déformation du filament. Dans cet exemple deux valeurs d'angle θ sont incorrectes (cf. les points en cadrés de la Figure 2.18) correspondant à des valeurs de longueur bout à bout L_d inférieure à la longueur $0.88L$ du filament qui est la signature d'un filament déformé (cf. Figure 2.16.b).

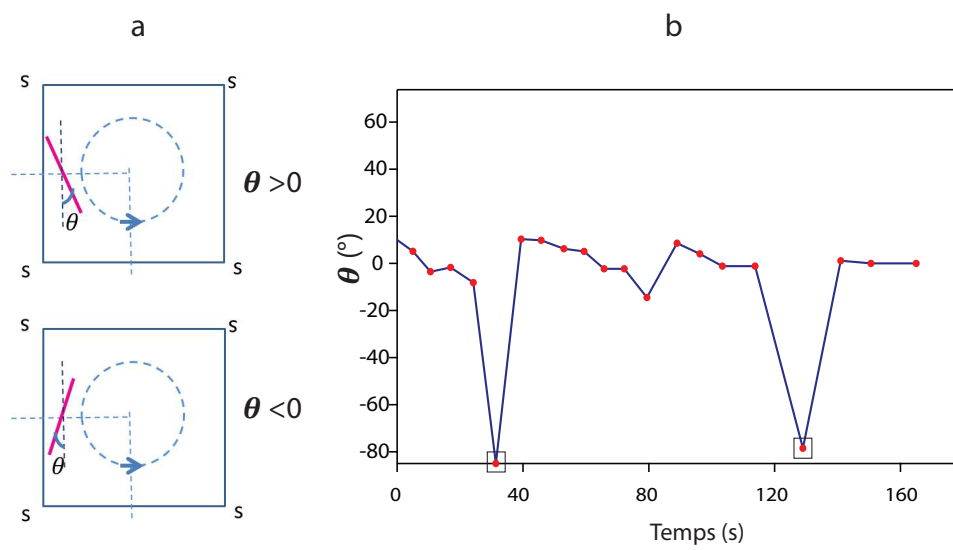


FIGURE 2.18 (a) Schéma représentant l'orientation du filament à l'entrée d'une trajectoire. L'angle est positif si le filament est orienté selon les lignes de courant de la cellule à laquelle il appartient sinon l'angle est négatif. (b) Angle θ entre le filament et l'axe de compression/élongation fonction du temps pour chaque début de trajectoire. \square correspond à la valeur de l'angle d'un filament déformé, pour l'expérience de la [Figure 2.16](#).

Chapitre 3

Flambage

Chapitre 3 : Flambage

[↑ retour à la table des matières](#)

2.1	Principe de l'expérience	36
2.2	Dispositif expérimental	36
2.2.1	Montage expérimental	36
2.2.2	L'électrolyte	37
2.2.3	Le filament élastique	40
2.2.4	L'écoulement	44
2.3	Acquisition et traitement des données	50
2.3.1	Acquisition des images	50
2.3.2	Traitement des images	50
2.3.3	Traitement des données	51

Dans ce chapitre nous allons commencer par présenter les différents comportements observés pour des filaments élastiques évoluant librement à la surface du réseau de points de stagnation décrit dans le [chapitre 2](#). Nous verrons que dans cet écoulement le filament peut flamber. Afin de caractériser cette instabilité de flambage, nous avons réalisé des expériences dans lesquelles les paramètres liés au filament élastique et ceux liés à l'écoulement varient indépendamment. Pour commencer, nous décrirons ce qu'est un évènement de flambage puis nous définirons une probabilité de flambage. Nous présenterons d'abord les résultats en fonction du module de Young des filaments et de la vitesse maximale U_0 de l'écoulement. Puis nous ferons varier les autres paramètres liés aux filaments (le rayon r , la longueur L) et à l'écoulement (la viscosité η) afin d'évaluer leur influence.

3.1 Observations expérimentales

À présent, nous allons décrire de manière qualitative le comportement de deux filaments de rigidité différente, laissés évoluer librement dans le réseau de points de stagnation.

Sur la [Figure 3.1](#) nous avons superposé les formes successives de deux filaments. Les expériences pour chacun des filaments sont réalisées de façon indépendante. Dans ces deux expériences seul le module de Young du filament varie, les autres paramètres sont gardés constants. Comme nous pouvons l'observer sur cette figure, les filaments montrent des comportements très différents. Le filament rigide est transporté par l'écoulement sans être déformé. En revanche, le filament flexible, aussi transporté par l'écoulement, peut flamber à l'approche du point de stagnation sous l'action des forces de compression visqueuse. Puis il relaxe et redevient droit.

Nous pouvons aussi déjà noter sur cette figure que ces deux filaments présentent des dynamiques différentes. En effet, le filament rigide reste piégé dans une même cellule alors que le filament souple est transporté vers la cellule voisine à la suite du flambage. Nous reviendrons de manière détaillée sur les propriétés de transport dans le [chapitre 5](#).

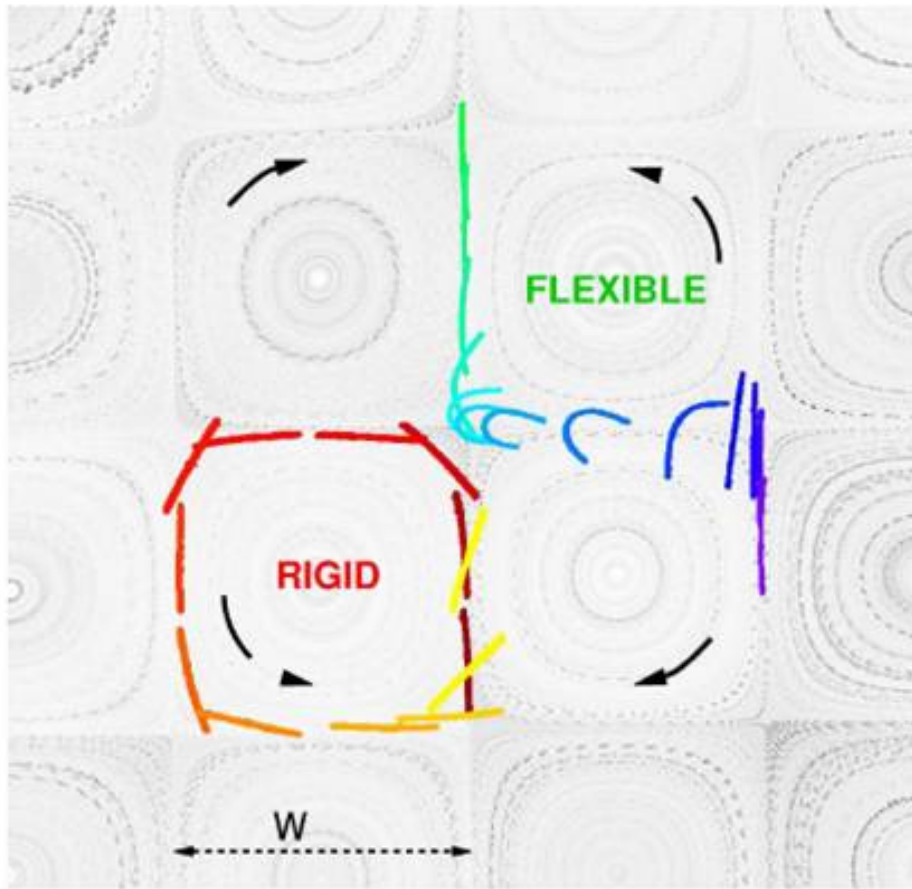


FIGURE 3.1 Formes successives de deux filaments avec des modules de Young différents issues de deux expériences indépendantes. Le filament le plus rigide ($Y = 270$ kPa, le temps s'écoule rouge au jaune) ne flambe pas contrairement à la fibre flexible ($Y=90$ kPa, le temps s'écoule du vert au bleu). L'écoulement est visualisé indépendamment des filaments. L'écart de temps Δt séparant deux positions successives est de 0,4 s [78].

3.2 Probabilité de flambage

Comme le montre la Figure 3.1, un filament élastique souple laissé évoluer dans notre écoulement peut flamber à l'approche d'un point de stagnation. Les expériences que nous avons réalisées, nous ont permis de constater qu'un filament flexible ne flambe pas lors de tous ses passages près d'un point de stagnation. C'est pourquoi nous définissons une probabilité de flambage, que nous nommons P_{flamb} , pour caractériser quantitativement l'instabilité de flambage. Cette probabilité est définie comme le rapport du nombre d'évènements de flambage $N_{flambage}$ et du nombre de trajectoires total $N_{trajectoires}$ que nous définissons comme le nombre de passage près d'un point de stagnation c'est-à-dire pour des distances $b \geq 0.8$: $P_{flamb} = \frac{N_{flambage}}{N_{trajectoires}}$. P_{flamb} est calculée pour des filaments de différents modules de Young et pour plusieurs vitesses maximales de l'écoulement.

3.2.1 Évènement de flambage : seuil de courbure

Pour calculer le nombre d'évènements de flambage il faut définir un critère qui détermine si le filament est flambé ou non. C'est sur la courbure moyenne que nous appliquons ce critère. Ainsi, si durant une trajectoire la courbure moyenne du filament dépasse une valeur seuil $C_{flambage}$, un évènement de flambage est comptabilisé (cf. Figure 3.2). Cette valeur est choisie de manière à détecter seulement les évènements pour lesquels la courbure moyenne du filament est supérieure à la courbure typique des lignes de courant dans la zone de l'écoulement où le taux de compression est supérieur à 0.8 (cf. Figure 2.14). Pour un filament de 12 mm de longueur, la valeur du seuil de flambage $C_{flambage}$ est de $0,125 \text{ mm}^{-1}$.

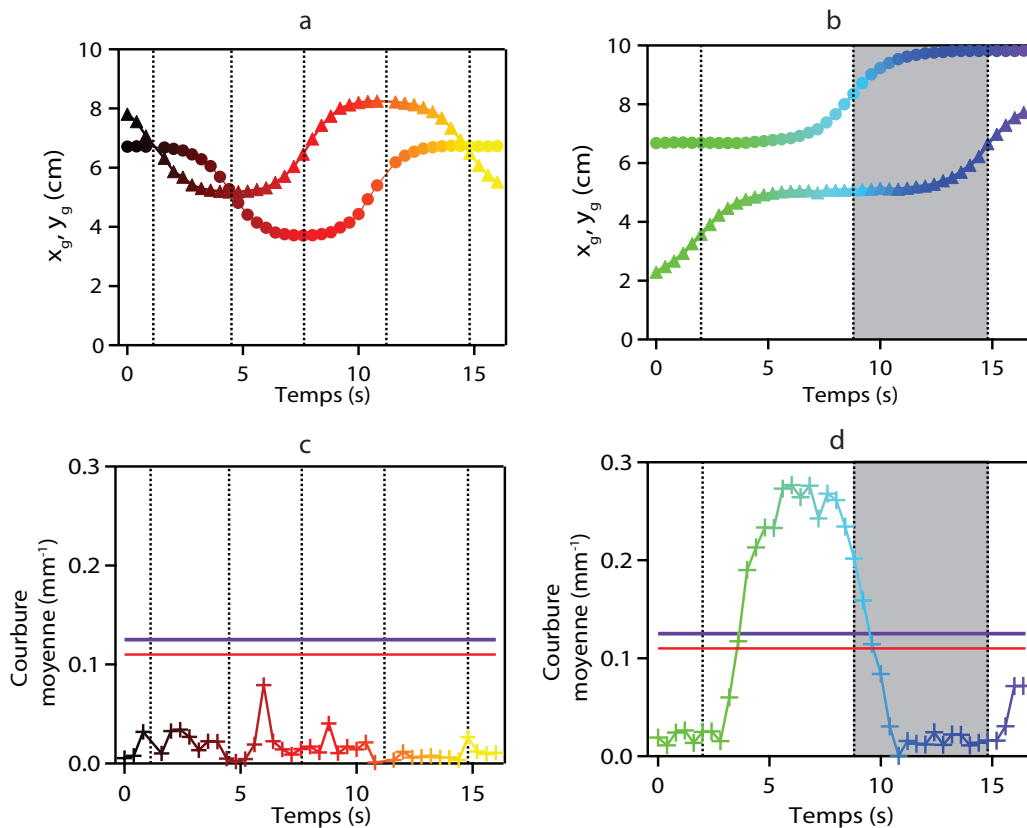


FIGURE 3.2 Coordonnées x et y du centre de masse (a et b) et courbure moyenne (c et d) en fonction du temps pour le filament rigide (a et c) et le filament souple (b et d) de la Figure 3.1. Le code couleur représente le temps comme sur la Figure 3.1. Les lignes verticales séparent les différentes trajectoires. La ligne horizontale violette indique le seuil de flambage et la ligne rouge représente le seuil de courbure permettant d'écarter les trajectoires pour lesquelles le filament est déjà déformé. La zone grisée indique une trajectoire non comptabilisée parce que le flambage précédent n'a pas complètement relaxé [78].

3.2.2 Trajectoires écartées

Pour calculer la probabilité de flambage, P_{flamb} , il faut aussi compter le nombre d'évènements total c'est-à-dire le nombre de fois où le filament passe au niveau d'un point de stagnation (le nombre total de trajectoires). Nous écartons de notre analyse les trajectoires où le filament entre

déformé et donc avec une courbure trop grande (comme nous pouvons le voir sur la Figure 3.2 où la trajectoire grisée n'est pas prise en compte). Pour cela, nous définissons un second seuil $C_{seuil2} = 0,114 \text{ mm}^{-1}$ sur la courbure moyenne du filament au début de chaque trajectoire.

3.2.3 Probabilité en fonction de la vitesse maximale U_0

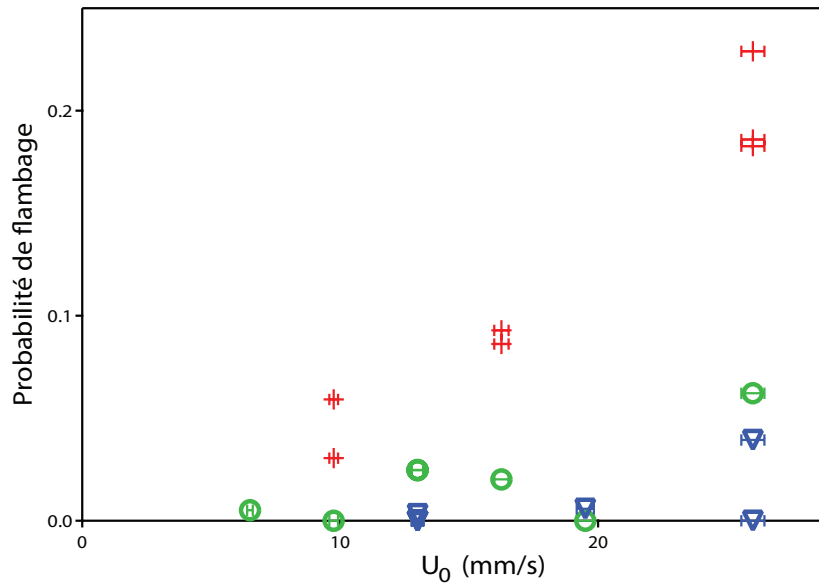


FIGURE 3.3 Probabilité de flambage en fonction de la vitesse maximale imposée U_0 pour différents modules de Young (+ $Y = 75 \text{ kPa}$, o $Y = 120 \text{ kPa}$, v $Y = 180 \text{ kPa}$)[78].

Sur la Figure 3.3 sont représentées les probabilités de flambage avec 20 filaments différents de $88 \mu\text{m}$ de rayon, de longueur 12 mm et pour trois valeurs de module de Young (75 kPa, 120 kPa, 180 kPa), soit un total d'environ 7000 trajectoires prises en compte pour un nombre total d'évènements de flambage d'environ 500.

Sur cette figure, nous pouvons noter que la probabilité de flambage croît avec la vitesse maximale de l'écoulement U_0 et la flexibilité du filament. Ces deux paramètres influent donc sur cette instabilité de flambage.

Afin de déterminer le paramètre de contrôle de cette instabilité, étudions les forces agissant sur le filament dans notre écoulement et leur intensité relative.

3.2.4 Les forces en action et Sp

La longueur des filaments étudiés est de l'ordre du centimètre, les forces thermiques sont donc négligeables. Les forces agissant sur le filament sont : son poids, la force de tension de surface, la force élastique et la force de trainée visqueuse (ou force de compression visqueuse).

Comme cela a été décrit dans le chapitre 2, le filament est moins dense que l'électrolyte et flotte donc à sa surface. La position d'équilibre du filament à l'interface est déterminée par l'interaction entre la force de gravité et la force de tension de surface. Dans le système étudié ici, le nombre de Bond ($Bo = \frac{\Delta\rho g r^2}{\gamma}$) qui représente l'intensité relative des forces de gravité et de tension de surface est de l'ordre de 10^{-4} , ce qui indique que la gravité est négligeable devant la tension de surface, d'où l'absence de ménisque entre le filament et la surface de l'électrolyte.

L'interface n'étant pas déformée, l'influence des forces de tensions de surface sur le filament sont négligeables devant les forces élastiques et de trainées visqueuses ([79] étudie quant à elle l'effet de la tension de surface sur l'instabilité de flambage d'un filament élastique situé à l'interface de deux fluides). L'immersion du filament est ainsi déterminée uniquement par l'angle de contact de 90° entre le filament et l'électrolyte (cf. Figure 2.8) ce qui implique que le filament est à moitié immergé (cf. Figure 3.4).

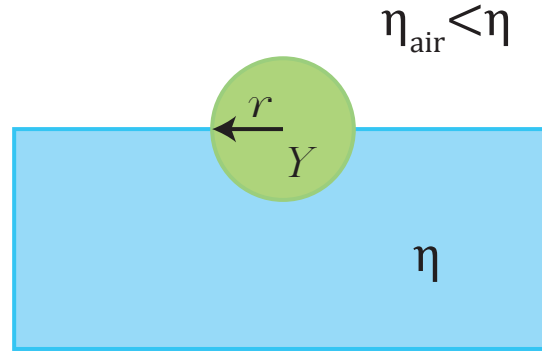


FIGURE 3.4 Schéma montrant le positionnement du filament à la surface de l'écoulement.

Ainsi, les seules forces jouant un rôle dans la dynamique du filament sont les forces élastiques et les forces visqueuses. Le filament flambe lorsque les forces visqueuses sont dominantes par rapport aux forces élastiques.

L'intensité relative de ces deux forces est donnée par le nombre élasto-visqueux Sp , comme nous l'avons vu dans la section 1.5. Exprimons à présent ce nombre élasto-visqueux dans notre situation expérimentale.

Commençons par l'expression de la force élastique totale. Pour une poutre de section circulaire de rayon r , de longueur L et de module de Young Y cette force s'écrit, comme indiqué par l'Équation 1.23 :

$$F_E = \frac{Yr^4}{L^2}; \quad (3.1)$$

Dans le cas de notre écoulement, la force de compression visqueuse s'écrit en fonction du taux de compression local $\dot{\epsilon}$ de l'écoulement :

$$F_v = c \frac{1}{2} \eta \dot{\epsilon} L^2; \quad (3.2)$$

où le facteur $\frac{1}{2}$ permet de prendre en compte le fait que le filament élastique est demi immergé et donc que les forces de frottement visqueux agissent seulement sur la moitié de sa surface. Nous verrons en sous-section 3.2.5 que cette hypothèse est correcte. Concernant le facteur c , il correspond au facteur de correction issue de la théorie des corps élancés (cf. section 1.4) permettant de prendre en compte l'extension finie du filament et il est égal à $\frac{16}{\log(\frac{L}{r}) - \frac{1}{2}}$ ³.

³Le coefficient numérique de ce facteur est légèrement différent de celui de $\zeta_{||}$ de l'Équation 1.21. Le coefficient numérique a été choisi pour comparaison à ??.

Pour la suite de notre étude, nous calculons le nombre élasto-visqueux Sp pour l'écoulement en utilisant la valeur maximale du taux de compression $\dot{\epsilon}$ de l'écoulement en question (cf. Figure 2.14). $\dot{\epsilon}_{max}$ s'écrit en fonction de la vitesse maximal U_0 comme :

$$\dot{\epsilon}_{max} = \frac{\pi U_0}{W}; \quad (3.3)$$

Le nombre élasto-visqueux Sp s'écrit donc dans le cas qui nous intéresse comme :

$$Sp = \frac{16}{[\log(\frac{L}{r}) - \frac{1}{2}]} \frac{\eta \pi U_0}{2WY} \left(\frac{L}{r}\right)^4; \quad (3.4)$$

L'erreur sur Sp est calculée en prenant en compte les erreurs liées à chaque paramètre selon la formule générale :

$$\Delta f(x, y) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \Delta y\right)^2}; \quad (3.5)$$

Dans notre cas, Sp est fonction des paramètres L, r, Y, U_0, η, W , respectivement associés aux erreurs $\Delta L, \Delta r, \Delta Y, \Delta U_0, \Delta \eta, \Delta W$. L'erreur associée à Sp s'écrit ainsi comme :

$$\Delta Sp = Sp(L, r, Y, U_0, \eta, W) \sqrt{\frac{\Delta U_0^2}{U_0^2} + \frac{\Delta W^2}{W^2} + \frac{\Delta Y^2}{Y^2} + 4 \left(\frac{\Delta L^2}{L^2} + \frac{\Delta r^2}{r^2} \right)}; \quad (3.6)$$

Nous précisons que l'erreur associée au facteur $\frac{16}{\log(\frac{L}{r}) - \frac{1}{2}}$ est négligeable devant celle associée au facteur $\left(\frac{L}{r}\right)^4$ étant donné $\frac{L}{r} \gg 1$

3.2.5 Probabilité de flambage en fonction du nombre élasto-visqueux Sp

Suite au raisonnement précédent, nous avons calculé Sp et tracé les probabilités de flambage en fonction de Sp sur la Figure 3.5. Nous pouvons tout d'abord noter que tous les points se regroupent, ce qui indique que le nombre élasto-visqueux est le paramètre de contrôle de l'instabilité de flambage. Ce résultat a aussi été prédit par une étude théorique du même système par Young et Shelley [61]. La probabilité de flamber commence à croître à partir d'une valeur de Sp de l'ordre de 175 que nous notons Sp^* . Puis elle augmente pour atteindre une valeur maximale de l'ordre de 0.2. Cette faible valeur de la probabilité met en évidence la rareté des événements de flambage. Une analyse de stabilité linéaire a été réalisée par Young et Shelley [61] déterminant la valeur seuil Sp_c à partir de laquelle l'instabilité de flambage se développe. Pour cette analyse, ils considèrent le cas d'un filament élastique approchant un point de stagnation parallèlement à l'axe de compression dans un écoulement hyperbolique pur. La valeur obtenue pour ce seuil est égale à $Sp_c = 153,2$. La valeur de ce seuil de flambage Sp_c théorique est en accord avec la valeur Sp^* déterminée expérimentalement, ce qui valide la correction faite sur la force visqueuse. Comme nous l'avons déjà noté, nous n'observons pas une augmentation brutale de la probabilité de flambage vers 1 mais elle augmente lentement avec Sp , jusqu'à une valeur de probabilité de l'ordre de $\frac{1}{5}$ (ainsi pour les expériences avec les valeurs les plus élevées de Sp , le filament ne flambe en moyenne que lors d'un passage près d'un point de stagnation sur 5). Il est à noter que cette observation est étonnante, nous allons donc l'étudier dans la section suivante.

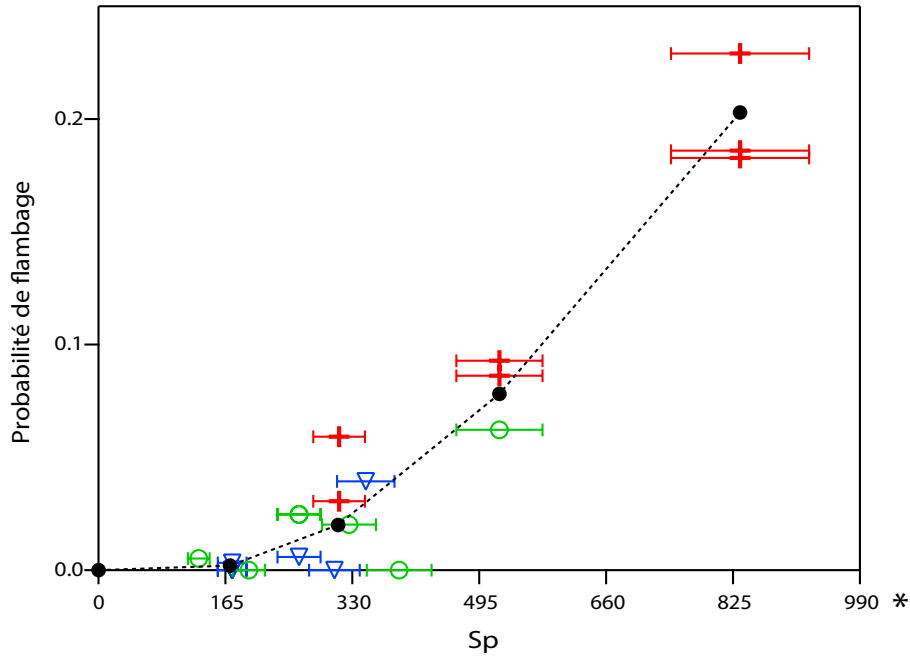


FIGURE 3.5 Probabilité de flambage en fonction du nombre élasto-visqueux Sp pour différentes valeurs de module de Young (+ $Y = 75$ kPa, \circ $Y = 120$ kPa, ∇ $Y = 180$ kPa). \bullet représente la valeur moyenne de la probabilité de flambage et la ligne en pointillé est un guide pour les yeux [78]. (*L'axe a été modifié par rapport à celui représenté [78], ici le nombre Sp prend compte le fait que le filament est semi-immergé (facteur $\frac{1}{2}$) et la correction logarithmique $\left(c = \frac{16}{\log(\frac{L}{r}) - \frac{1}{2}}\right)$.)

3.3 Gamme de paramètres plus large

Nous avons montré que la probabilité de flambage, P_{flamb} , atteint seulement une valeur de l'ordre de 0.2 pour la plus grande valeur de Sp . Afin d'étudier comment évolue P_{flamb} et d'explorer le comportement à plus fortes valeurs de Sp , nous avons réalisé de nouvelles expériences avec une gamme plus large de valeurs de Sp allant de 25 à plus de 10000 en faisant varier non seulement le module élastique mais aussi le rayon et la longueur des filaments, ainsi que la viscosité de l'écoulement. Dans un premier temps nous décrirons l'influence de ces différents paramètres sur l'instabilité de flambage. Puis nous nous intéresserons à la probabilité de flambage construite pour cette large gamme de Sp .

Nous avons réalisé 200 expériences, correspondant à un nombre de trajectoires supérieur à 20000. La Table 3.1 récapitule les valeurs des différents paramètres. Elle indique également les gammes de variations correspondantes du nombre de Reynolds calculé à partir de la vitesse maximale U_0 de l'écoulement et de la taille des cellules W , ainsi que du rapport d'aspect du filament et du ratio entre la longueur de filament et la taille d'une cellule. Dans le but d'étudier l'influence de ces différents paramètres sur l'instabilité de flambage nous avons calculé P_{flamb} sur des fenêtres de Sp , étant donné la rareté des événements de flambage (due à la limitation spatiale et temporelle de chaque expérience). La taille de ces fenêtres est choisie de façon à avoir un nombre significatif de trajectoires, en général de l'ordre de 500 trajectoires. Pour illustrer ce nombre, nous avons représenté des barres d'erreurs statistiques. Cette erreur est calculée

	Notation	Description	Valeurs	Unités
Filament	r	rayon	41, 62, 88, 150	μm
	L	longueur	[9.5 – 19.5]	mm
	Y	module d'Young	[20 – 570]	kPa
Ecoulement	U_0	vitesse maximale	[1.1 – 27.3]	$mm.s^{-1}$
	η	viscosité	28.5, 82	$mPa.s$
Nombres adimensionnés	Re	nombre de Reynolds	[0.3 – 37.5]	$s.u.$
	$\frac{L}{r}$	rapport d'aspect	[63 – 475]	$s.u.$
	$\frac{L}{W}$	$\frac{\text{longueur}}{\text{taille des cellules}}$	[0.3 – 0.65]	$s.u.$
	Sp	nombre élasto-visqueux	[25 – 10000]	$s.u.$

TABLE 3.1 Tableau récapitulatif de tous les paramètres et des nombres adimensionnés associés.

comme l'inverse de la racine carrée du nombre de trajectoires. En ce qui concerne l'erreur sur la valeur de Sp , celle-ci étant largement inférieure à la taille des fenêtres sur lesquelles le calcul de la probabilité a été réalisé nous ne les représentons pas sur ces courbes.

Pour ces nouvelles expériences la longueur des filaments n'étant pas fixée nous avons appliqué un critère de flambage non plus sur la courbure moyenne du filament mais sur sa longueur bout à bout L_d . Ainsi si durant la trajectoire la longueur bout à bout devient inférieure à une valeur seuil $L_{d_{seuil}}$ un évènement de flambage est comptabilisé. La valeur seuil pour ce critère $L_{d_{seuil}}$ est égale à $0.8L$ où L est la longueur du filament. Ce seuil a été déterminé, comme pour le critère sur la courbure, de façon à ne détecter que les filaments pour lesquels la courbure moyenne est supérieure à la courbure typique des lignes de courant. Le critère d'entrée est aussi transformé en un critère sur la longueur bout à bout. Les trajectoires pour lesquelles cette longueur à l'entrée est inférieure à $0.88L$ sont ainsi écartées. Nous avons vérifié que l'utilisation du critère sur la courbure ou la longueur bout à bout étaient équivalents.

Pour faire cette analyse il faut être capable d'avoir une même valeur de Sp pour différentes combinaisons de paramètres. Dans l'expérience ceci est possible seulement pour $Sp < 2000$. Sur la [Figure 3.6.a](#), sont représentées les probabilités de flambage en fonction de Sp pour des nombres de Reynolds Re supérieurs (vert) ou inférieurs (rouge) à 1. Sur ce graphique, nous n'observons aucun effet du nombre de Reynolds sur l'instabilité de flambage. En effet les points représentant les deux gammes de Reynolds se mélangent. La valeur de Sp^* au dessus de laquelle la probabilité de flambage est non nulle n'est pas modifiée pour les deux différentes gammes de Reynolds. Le nombre de Reynolds n'influence donc pas le flambage pour les gammes sondées, mais change probablement les propriétés de transport (cf. [chapitre 5](#)). Concernant les graphiques b et c de la [Figure 3.6](#), qui représentent respectivement les probabilités de flambage pour les différentes gammes du rapport $\frac{L}{W}$ et du rapport d'aspect $\frac{L}{r}$, nous n'observons aucun regroupement particulier de points, ni de modification de la valeur de Sp^* . Nous pouvons ainsi en conclure que la dépendance de la probabilité de flambage en $\frac{L}{r}$ est entièrement capturée par Sp . Cette instabilité est indépendante du rapport $\frac{L}{W}$ dans la gamme des paramètres testés. Cette gamme est limitée afin que l'écoulement vu par un filament soit comparable (si on considère un filament trop long par exemple de longueur $L = 3W$, il pourrait sonder plusieurs cellules).

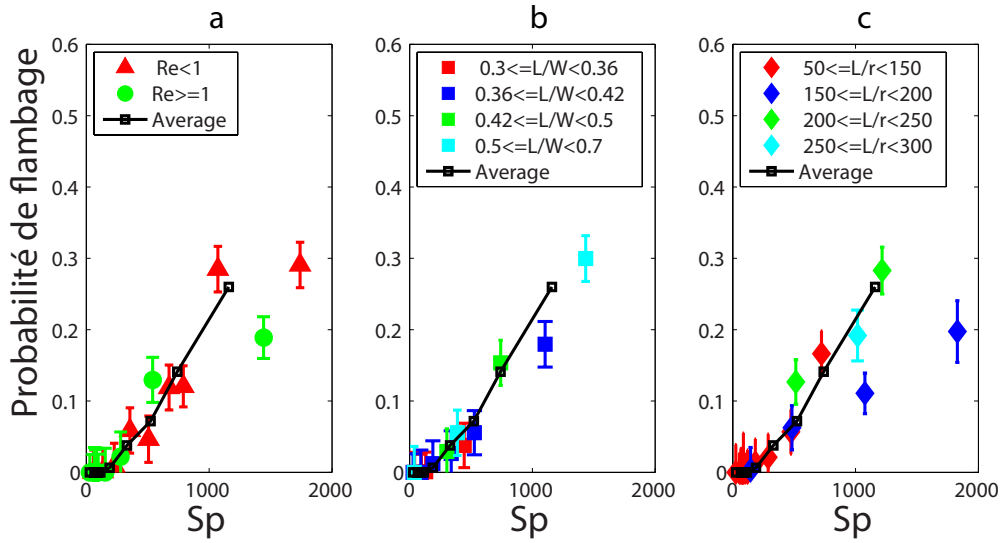


FIGURE 3.6 Probabilité de flambage en fonction du nombre élasto-visqueux Sp . Le graphique (a), montre l'influence du nombre de Reynolds Re , le (b) présente les différentes gammes du ratio $\frac{L}{W}$ et enfin le graphique (c) représente les différentes gammes du rapport d'aspect $\frac{L}{r}$.

Ce résultat montre que la courbe de probabilité en fonction de Sp est très robuste par rapport aux différents paramètres, ce qui nous permet de confirmer que l'instabilité est contrôlée par le nombre élasto-visqueux Sp .

3.4 Sp : gamme plus large

3.4.1 Probabilité de flambage

Nous pouvons ainsi construire la probabilité de flambage moyennée sur des gammes de Sp obtenues pour différentes combinaisons des paramètres. Elle est représentée sur la Figure 3.7 où les barres d'erreurs sont calculées comme pour la Figure 3.6 comme l'inverse de la racine carrée du nombre de trajectoires. Sur ce graphique, nous observons comme sur la Figure 3.5 une valeur de Sp , $Sp^* = 175$ à partir de laquelle la probabilité commence à augmenter. Nous précisons que la valeur de Sp^* dépend de la taille des fenêtres utilisées pour le calcul de la probabilité, induisant ainsi une incertitude dans sa détermination. Pour des valeurs de Sp comprises entre Sp^* et 2000 la probabilité de flambage croît jusqu'à 0.4. La courbe présente ensuite un plateau pour les nombres élasto-visqueux supérieurs. Ainsi, l'accès à des valeurs plus élevées de Sp permet d'atteindre une probabilité de flambage maximale de l'ordre de 0.4. Cette probabilité de flambage n'atteint pas la valeur de 1 comme nous pourrions nous y attendre mais plafonne pour des valeurs de Sp supérieures à 2000. Il est étonnant que le filament ne flambe pas à chaque passage près d'un point de stagnation pour des valeurs de Sp supérieures à Sp^* . Nous avons testé si la valeur du seuil de détection des événements de flambage ($L_{d_{seuil}}$) avait une influence mais nous n'avons observé aucune modification significative de la valeur du plateau.

Dans le système considéré le filament n'est pas fixé sur le point de stagnation mais évolue librement. Ainsi la dynamique d'auto-positionnement du filament peut être à l'origine du

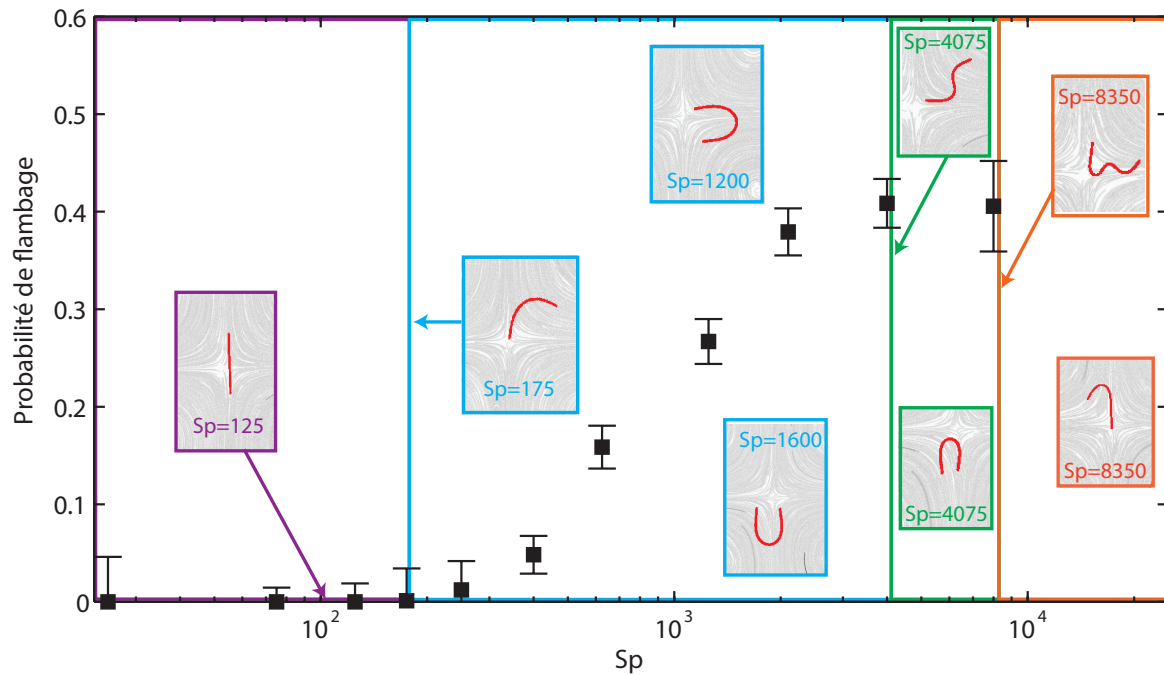


FIGURE 3.7 Probabilité de flambage en fonction du nombre élasto-visqueux Sp .

plafonnement de la probabilité ce qui sera étudié dans ce chapitre suivant.

3.4.2 Modes de flambage

L'accès à une gamme large de nombre élasto-visqueux a permis d'observer trois différents modes de flambage des filaments qui apparaissent avec des valeurs de Sp croissantes comme nous pouvons l'observer sur la Figure 3.7.

L'analyse de stabilité linéaire réalisée par Michael Shelley [80] pour le cas d'un filament élastique approchant, parallèlement à l'axe de compression, le point de stagnation d'un écoulement hyperbolique pur, prédit également l'existence de ces différents modes de déformation.

Les résultats de cette analyse sont résumés sur la Figure 3.8. L'analyse de stabilité linéaire prédit un mode 1 (forme en C) lorsque Sp est supérieur à $Sp_{c1} = 153.2$, un mode 2 (forme en S) pour des valeurs de Sp supérieures à $Sp_{c2} = 774.3$ et un mode 3 (forme en W) pour Sp supérieur à $Sp_{c3} = 1930$. Ces valeurs sont identiques à celles données par Kantsler *et al.* [62]. Nous avons comparé la valeur des seuils des différents modes de flambement aux plus petites valeurs de Sp pour lesquels ces modes ont été observés expérimentalement. Comme nous l'avons déjà précisé dans la sous-section 3.2.5 nous obtenons un accord quantitatif raisonnable entre les seuils du mode 1 obtenu expérimentalement $Sp^* = 175$ et celui prédit par cette analyse de stabilité linéaire. En revanche, pour les modes 2 et 3, les plus petites valeurs de Sp pour lesquelles les modes 2 et 3 sont observés, respectivement $Sp = 4075$ et $Sp = 8350$ sont largement supérieures aux valeurs de l'analyse de stabilité linéaire. Les probabilités d'observer un événement de flambage augmentent très lentement dans notre système. Nous avons réalisé un grand nombre d'expériences autour de la valeur du seuil du premier mode, alors que pour les seuils suivant les nombres d'expériences réalisées sont plus faibles. Ces résultats ne sont cependant pas en contradiction avec les résultats théoriques. Les écarts entre les valeurs

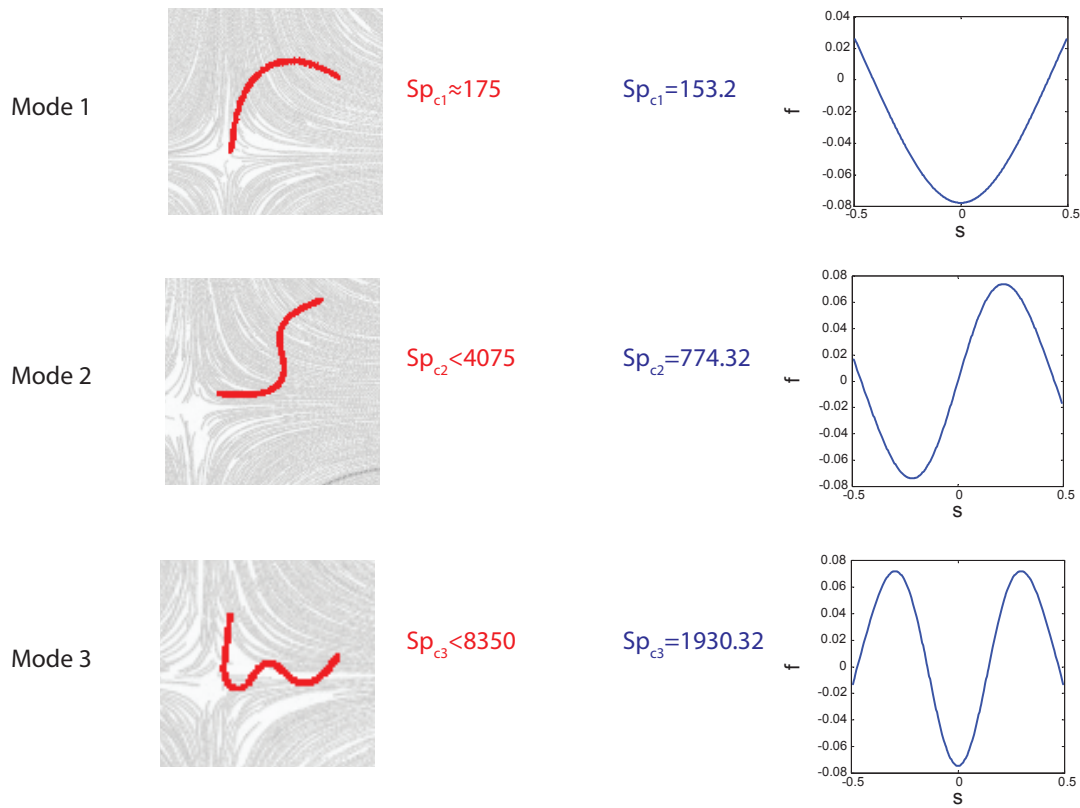


FIGURE 3.8 Représentation de la forme des filaments pour les différents modes de flambage pour les expériences à gauche et à partir de l'analyse de stabilité linéaire (Michael Shelley) à droite.

expérimentales et théoriques peuvent s'expliquer par l'extrême rareté de ces événements.

Nous pouvons donc en conclure que notre système expérimental n'est pas une méthode adaptée pour une détermination précise des différents seuils de flambage dû fait de sa dynamique. La détermination des seuils de flambement pourrait être améliorée en fixant le filament au niveau de point de stagnation. Cependant l'étude réalisée par Kantsler *et al.* [62] dans laquelle ils ont aussi observé des modes de flambement plus élevés, pour des filaments d'actine soumis au mouvement Brownien piégés pendant un certain temps au niveau du point de stagnation, pour des valeurs de Sp ($Sp = 4\pi^4\Sigma$) citées dans cet article pour les modes 1 et 3 respectivement égales à 214.3 et 18346 qui sont également supérieures aux seuils théoriques. Nous précisons par ailleurs que ces modes (2 et 3) sont stables que point de vue de l'analyse théorique. Cependant expérimentalement il est difficile de les observer que ce soit avec notre dispositif expérimental ou celui utilisé par Kantsler *et al.*.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié l'instabilité de flambage développée par un filament élastique évoluant librement dans un réseau de points de stagnation. Pour la caractériser, nous avons construit une probabilité de flambage, qui nous a permis de montrer que cette instabilité est contrôlée par le nombre élasto-visqueux Sp . Sp donne l'intensité relative de la force élastique qui tend à maintenir le filament droit et de la force de compression visqueuse qui tend à le faire flamber.

Nous avons aussi déterminé la valeur à partir de laquelle la probabilité de flambage devient non nulle $Sp^* = 175$ et montré qu'elle est en accord avec le seuil de flambage prédit par l'analyse de stabilité linéaire.

Nous avons déterminé la courbe de probabilité de flambage en fonction de Sp . Cette courbe décolle du zéro à partir de Sp^* puis augmente jusqu'à atteindre une valeur de 0.4. Cette forme est très robuste par rapport à tous les paramètres sur lesquels nous avons pu jouer ($r, L, \dot{\epsilon}, \eta$).

Et enfin, nous avons observé différents modes de flambage du filament comme cela a aussi été prédit par l'analyse de stabilité linéaire réalisée par Michael Shelley [80].

En résumé

- L'instabilité de flambage est contrôlée par le nombre élasto-visqueux Sp .
 - Sp prend en compte le rapport d'aspect $\frac{L}{r}$.
 - Le rapport $\frac{L}{W}$ n'a pas d'influence sur l'instabilité de flambage sur la gamme étudiée.
 - L'instabilité de flambage est indépendante du nombre de Reynolds Re (pour $Re < 40$).
 - $Sp^* = 175$ est en accord avec l'analyse de stabilité linéaire [80].
- La probabilité de flambage n'atteint pas 1 mais plafonne à une valeur de 0.4.
 - D'autres paramètres liés à la dynamique d'auto-positionnement du filament sont probablement à l'origine du plafonnement de la probabilité de flambage.
- Il existe différents modes de flambage :
 - Les expériences mettent en évidence les trois premiers avec des formes en C , S , W .
 - Ces modes sont aussi prédits par l'analyse de stabilité linéaire [80].

Chapitre 4

Dynamique de transport et flambage : Expériences et simulations

Chapitre 4 : Dynamique de transport et flambage : Expériences et simulations

[↑ retour à la table des matières](#)

3.1	Observations expérimentales	56
3.2	Probabilité de flambage	57
3.2.1	Évènement de flambage : seuil de courbure	58
3.2.2	Trajectoires écartées	58
3.2.3	Probabilité en fonction de la vitesse maximale U_0	59
3.2.4	Les forces en action et Sp	59
3.2.5	Probabilité de flambage en fonction du nombre élasto-visqueux Sp	61
3.3	Gamme de paramètres plus large	62
3.4	Sp : gamme plus large	64
3.4.1	Probabilité de flambage	64
3.4.2	Modes de flambage	65
3.5	Conclusion	67

Dans le [chapitre 3](#), nous avons montré que la probabilité n'atteint pas 1 pour des valeurs de $Sp \gg Sp^*$. Dans le but de comprendre cette observation nous allons étudier l'influence des paramètres liés à la dynamique de transport des fibres : la distance b entre la fibre et les axes bordant la cellule à laquelle elle appartient, l'angle θ qu'elle fait avec ces axes ainsi que sa déformation A à chaque début de trajectoire. Pour cette étude, nous comparons nos résultats expérimentaux aux résultats numériques obtenus grâce à l'utilisation d'une simulation numérique, développée par Michael Shelley et décrivant une situation analogue à celles des expériences.

4.1 Simulations numériques

4.1.1 Modèle pour un filament élastique et déformable

Pour la réalisation des simulations numériques, nous avons collaboré avec le professeur Michael Shelley du Courant Institute à New-York, durant ma thèse. Il a écrit un code sous Matlab, que j'ai pu utiliser au laboratoire pour étudier l'effet des différents paramètres. Pour la réalisation du code, Michael Shelley considère un filament élastique allongé et inextensible dans un écoulement bidimensionnel visqueux. Le filament est caractérisé⁴ par son rapport d'aspect $\epsilon = \frac{r}{L}$ où r et L sont respectivement son rayon et sa longueur, ainsi que par son module de flexion B qui est lié au module de Young par la relation $B = YI$ où I est le moment d'inertie de la fibre ($I = \frac{\pi r^4}{4}$ pour un fibre de section circulaire de rayon r). Dans le cadre de cette étude les forces Browniennes et de gravité agissant sur le filament sont négligeables devant les forces élastiques et les forces visqueuses. Dans ce modèle les effets inertiels sont considérés négligeables, l'écoulement est ainsi gouverné par les équations de Stokes. Le code de cette simulation numérique est basé sur le système d'équations donné dans [81] et [61].

Le champ de vitesse est défini comme $(W\gamma) \vec{U}(\vec{x}/W)$ où W est la taille des cellules et γ le taux de compression au niveau des points de stagnation et où le paramètre \vec{U} est adimensionné.

⁴Pour la description de ce modèle nous utilisons les mêmes notations que celles utilisées dans [61]

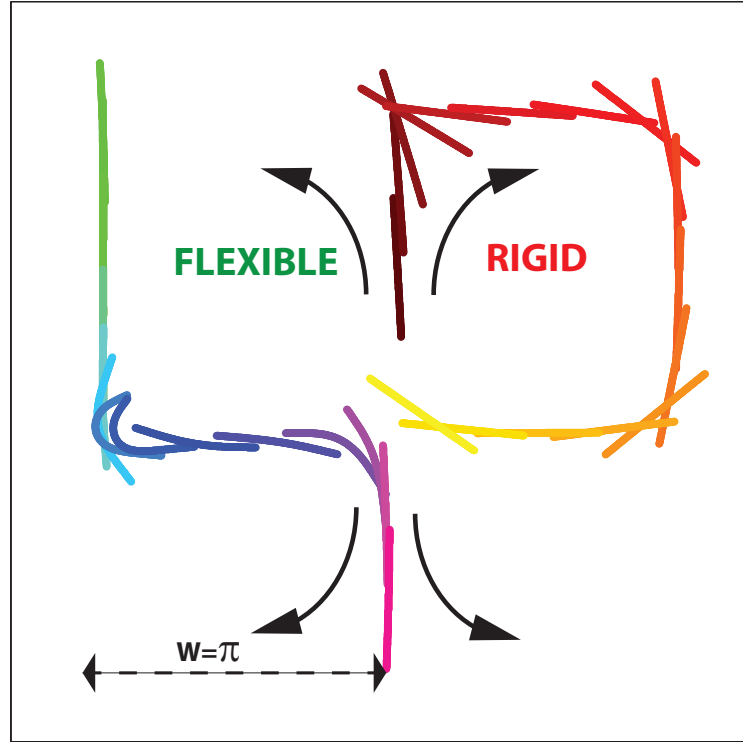


FIGURE 4.1 Formes successives de deux filaments d'élasticité différente issues de deux simulations numériques indépendantes. Le filament le plus rigide ($Sp = 90$, le temps s'écoule du rouge au jaune) ne flambe pas, contrairement à la fibre flexible ($Sp = 1400$, le temps s'écoule du vert au violet). $L = 1.15$ et $W = \pi$. Cette figure est à comparer à la première du chapitre précédent (cf. *Figure 3.1* obtenue pour les expériences).

Le filament est représenté par le vecteur position adimensionné $\vec{X}(s, t)$ où s correspond à l'abscisse curviligne normalisée par la longueur L du filament et t au temps adimensionné par γ . Les forces visqueuses par unité de longueur agissant sur le filament dues à l'écoulement non perturbé sont obtenues en appliquant la théorie des corps élancés [67]. Quant aux forces élastiques, elles sont décrites par les équations d'Euler-Bernoulli. L'équilibre de ces différentes forces mène à l'équation suivante :

$$\eta \vec{D} (\vec{X}_t - \alpha^{-1} \vec{U}(\alpha \vec{X})) = -(\vec{X}_{ssss} - (\sigma(s) \vec{X}_s)_s) \quad (4.1)$$

où la notation X_t correspond à la dérivée $\frac{\partial \vec{X}}{\partial t}$ et $\vec{D} = \vec{I} - (1/2) \vec{X}_s \vec{X}_s$ est le tenseur anisotropique de trainée, $\alpha = L/W$ le rapport de la longueur du filament et de la taille des cellules et $\eta = 8\pi\mu\gamma L^4/Bc$ la viscosité effective, où $c = -\log(\epsilon^2 e)$ est un facteur de correction logarithmique prenant en compte l'extension finie du filament. Enfin, la contrainte de tension σ est déterminée par la condition d'inextensibilité du filament : $\vec{X}_s \cdot \vec{X}_{ts} = 0$. De plus, le filament est libre de se déplacer dans l'écoulement. Ses extrémités satisfont donc les conditions de bords libres : $\sigma = 0$ et $\vec{X}_{ss} = \vec{X}_{sss} = \vec{0}$ en $s = \pm 1/2$. Pour résoudre ce système d'équations Michael Shel-

ley utilise une résolution au deuxième ordre en temps et en espace grâce à une marche dans le temps de pas dt . La durée de ce pas de temps dt est égale à 10^{-3} , il est à comparer au temps caractéristique de l'écoulement qui est de l'ordre de 1. Le nombre de points décrivant le filament est 201 ce qui correspond à plus de 50 points pour chaque longueur d'onde de déformation pour le mode le plus élevé de flambage observé.

Paramètres

L'écoulement utilisé dans le code est un réseau de points de stagnation stationnaire bidimensionnel, défini par le champ de vitesse

$$\vec{U}(x, y) = \begin{bmatrix} \sin(x) \cos(y) \\ -\cos(x) \sin(y) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.2)$$

Le motif de base de cet écoulement périodique est constitué de 4 cellules de dimension $W = \pi$ formant un point de stagnation hyperbolique à leur jonction.

Cette simulation numérique permet de faire varier indépendamment les conditions initiales du filament : sa flexibilité via η , sa longueur L (donc L/W), sa position (x_0, y_0) , son angle avec les axes bordant les cellules θ_0 et sa déformation A_0 définie comme $1 - \frac{L_{d0}}{L}$. La longueur des simulations numériques (nombre total de trajectoires parcourues) peut aussi être variée indépendamment via le paramètre t_{final} .

L'[Annexe D](#) récapitule la valeur des paramètres utilisés pour la réalisation des différents sets des simulations numériques.

Comme nous pouvons le voir sur la [Figure 4.1](#) où nous avons superposé les formes successives de deux filaments indépendants, à partir de ce modèle nous obtenons des comportements similaires à ceux observés expérimentalement (cf. [Figure 3.1](#)). En effet, ces deux filaments, pour lesquels seule la flexibilité diffère, montrent deux comportements très différents. Le filament rigide est transporté sans être déformé alors que le filament souple est déformé en plus d'être transporté par l'écoulement.

4.1.2 Les résultats numériques

Afin de comparer nos résultats expérimentaux à ceux obtenus numériquement nous avons réalisé plusieurs simulations pour différentes valeurs de η que nous nommerons à partir de maintenant Sp et de conditions initiales b_0, θ_0 (cf. [chapitre 3](#)), A_0 et avec les mêmes facteurs $\frac{L}{W}$ que ceux des expériences. Nous rappelons que pour les simulations $W = \pi$, alors que pour les expériences $W = 3$ cm. Le tableau [Table 4.1](#) récapitule les différentes valeurs des paramètres et conditions initiales du premier set de simulations réalisé avec une longueur de filament fixe ($L = 1.15$) correspondant à la longueur moyenne des filaments des expériences ($L = 11$ mm) avec un $t_{final} = 1000$ et sans déformation initiale ($A_0=0$), ce premier set sera appelé dans la suite « simulations longues ». Un deuxième set de simulations a été réalisé pour un $t_{final} = 200$, il sera désigné sous le terme de « simulations courtes ».

Comme nous l'avons précisé dans la [sous-section 4.1.1](#) pour chacune des simulations, à chaque pas de calcul dt , nous avons accès à la position du centre de masse et des extrémités de la fibre, comme pour les expériences. Nous traitons et analysons ainsi les données numériques de la même manière que celles obtenues expérimentalement. À partir de ces données et de la position des points de stagnation nous déterminons les entrées de chacune des *trajectoires* (i.e. un passage près d'un point de stagnation) pour lesquelles nous déterminons la valeur des paramètres b, θ et A . Les seuils sur la distance bout à bout permettant d'écarter les trajectoires où le filament entre déjà trop déformé et de déterminer si il flambe, sont identiques à ceux des expériences : $L_{d_{seuil2}} = 0.88L$ et $L_{d_{seuil}} = 0.8L$.

Sp	b_0	θ_0
14000	1 (on the axis)	0°
7000	0.95	3°
3500	0.9	6°
1750	0.85	
1400	0.8	
1050		
700		
600		
525		
440		
350		
260		
175		
90		

TABLE 4.1 Paramètres initiaux imposés : Sp , b_0 et θ_0 . Pour des filaments de longueur $L = 1.15$ et des cellules de taille $W=\pi$.

4.2 Comparaison des courbes de probabilités

4.2.1 Probabilités brutes

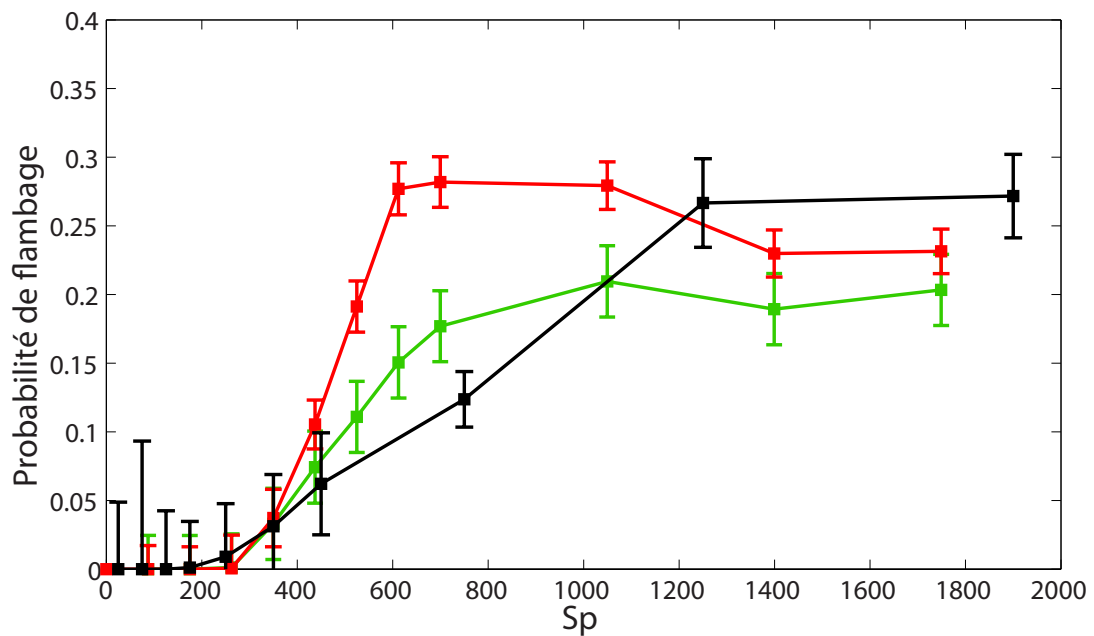


FIGURE 4.2 Probabilité de flambage en fonction de Sp pour les expériences, les simulations « longues » et les simulations « courtes ».

Nous avons, comme pour les expériences, construit les probabilités de flambage en fonction du nombre élasto-visqueux. Nous avons traité séparément les simulations « courtes » ($t_{final} =$

200, le nombre de trajectoires total pour une simulation est d'environ 56) et « longues » ($t_{final} = 1000$, le nombre de trajectoires total pour une simulation est d'environ 250). Nous les comparons à celles des expériences. Nous nous limitons pour ces comparaisons aux expériences ayant des nombres de Reynolds inférieurs à un pour se rapprocher des conditions numériques ($Re = 0$).

Sur la Figure 4.2, nous pouvons tout d'abord constater que la forme globale des courbes de probabilité des expériences et des simulations est la même. Les probabilités de flambage sont nulles en dessous d'une valeur de Sp que nous notons ici encore Sp^* (cf. chapitre 3) puis croît jusqu'à atteindre un plateau. Dans les expériences, comme dans les simulations, la valeur de Sp^* est de l'ordre de 175. Nous rappelons que pour les expériences les probabilités sont calculées sur des fenêtres de Sp ce qui induit une incertitude dans la détermination de Sp^* , qui peut varier entre 175 et 300 en fonction de la taille des fenêtres. Comme nous l'avons montré pour les expériences dans le chapitre précédent, nous constatons aussi que la valeur Sp^* des simulations numériques est supérieure à la valeur critique de Sp prédite théoriquement ($Sp_c=152.3$). Nous notons cependant que les pentes des courbes de probabilité et les valeurs atteintes par le plateau diffèrent. La différence de la forme des courbes des simulations longues et courtes nous indique que celle-ci est probablement due à une évolution temporelle différente, puisque le seul paramètre qui différencie les deux jeux de simulation est leur durée t_{final} . Pour comprendre à quoi est due précisément cette différence nous allons à présent nous intéresser à la dynamique du filament dans notre écoulement.

4.2.2 Distribution de b

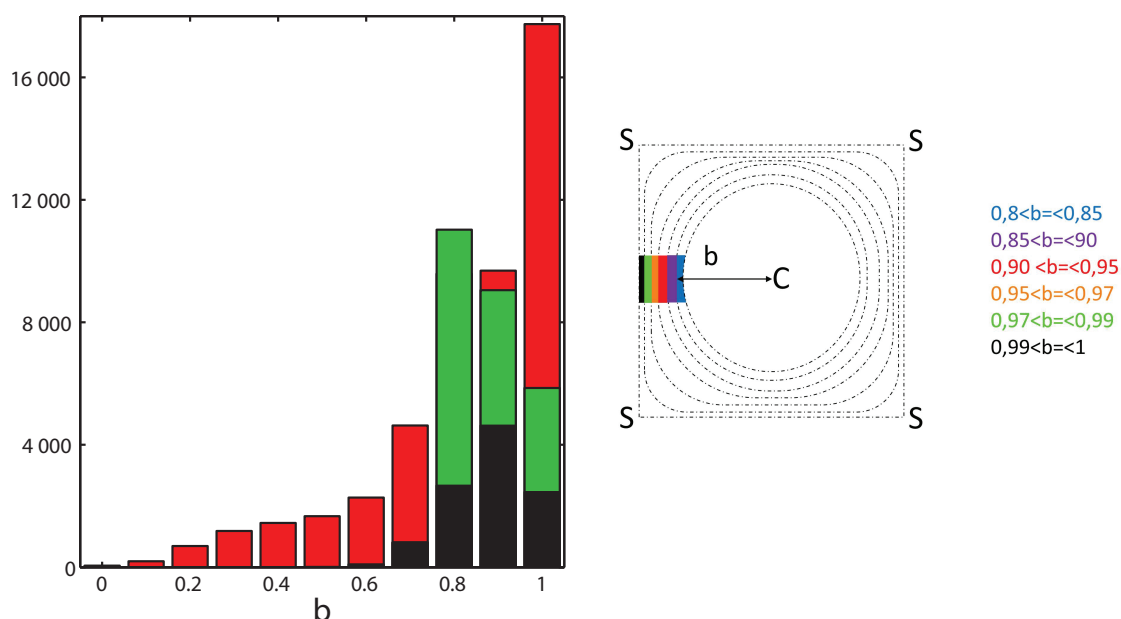


FIGURE 4.3 Distribution des b à l'entrée de chaque trajectoire pour les expériences , les simulations « longues » et les simulations « courtes » (à gauche). Schéma définissant le paramètre b (à droite).

Comme nous pouvons le constater sur la Figure 4.3 les distributions de b sont différentes pour les simulations « courtes » et les simulations « longues ». Cette différence est liée au fait que dans les simulations, un filament peut présenter trois types de comportements différents : il

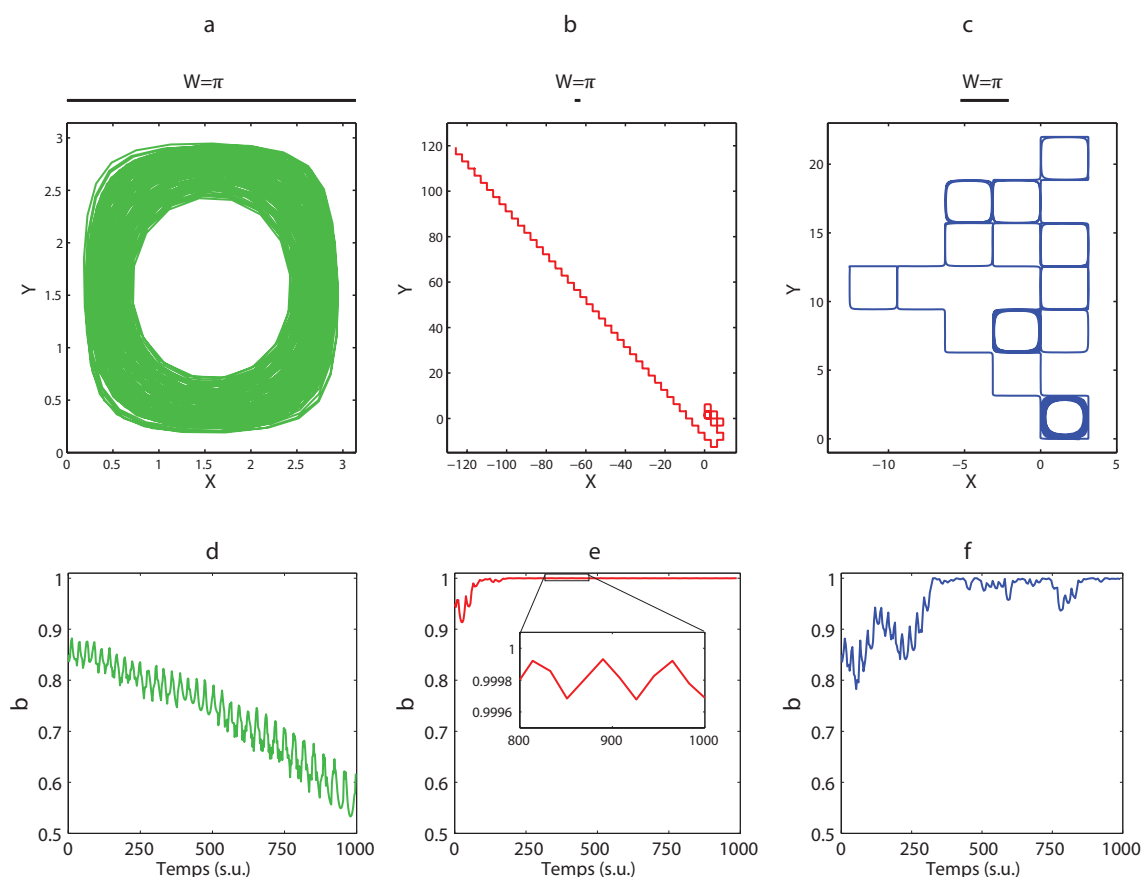


FIGURE 4.4 a : trajectoire d'un filament qui se piège au centre d'une cellule ($Sp = 1400$, $b_0 = 0.85$, $\theta_0 = 0$) b : trajectoire en « escalier » d'un filament ($Sp = 260$, $b_0 = 0.95$, $\theta_0 = 0$) et c : trajectoire en « méandres » ($Sp = 350$, $b_0 = 0.85$, $\theta_0 = 0$). Attention les échelles sont très différentes sur chaque graphique. (d,e,f) : b en fonction du temps.

peut soit se diriger vers le centre de la cellule à laquelle il appartient, soit suivre des trajectoires en forme d'"escalier" en changeant de cellule à chaque point de stagnation, soit présenter une trajectoire en méandres en changeant parfois de cellules (cf. Figure 4.4). Ces différents types de comportement dépendent à la fois de la flexibilité du filament et des conditions initiales comme le montre la cartographie de la Table 4.2 où on peut voir les différents comportements en fonction des paramètres initiaux de la simulation. À chacun de ces comportements correspond une évolution spécifique de b en fonction du temps (cf. Figure 4.4.d, e et f). Pour un filament qui se piège, b diminue, alors qu'il reste constant et environ égal à 1 pour une trajectoire en escalier et pour une trajectoire en méandres la valeur de b varie sans tendance nette. Pour les deux premiers cas, la valeur de b oscille avec une période d'environ deux tours (*i.e.* 8 trajectoires) pour le premier cas et une période d'exactly un tour (4 trajectoires) pour le second (cf. zoom de la Figure 4.4.e). Ces oscillations ne peuvent pas être directement reliées au flambage du filament : dans le cas des "escaliers", en fonction de Sp , il peut y avoir flambage à chaque point de stagnation ou pas (cas de la Figure 4.4.b). Ces oscillations peuvent être observées dans les expériences pour des filaments qui se piègent⁵(cf. Figure 4.5). La comparaison des simulations « longues » et « courtes » suggère donc que les différences observées sur la courbe de probabilité sont dues

⁵La taille finie du réseau de points de stagnation expérimental ne permet pas l'observation des trajectoires en escalier.

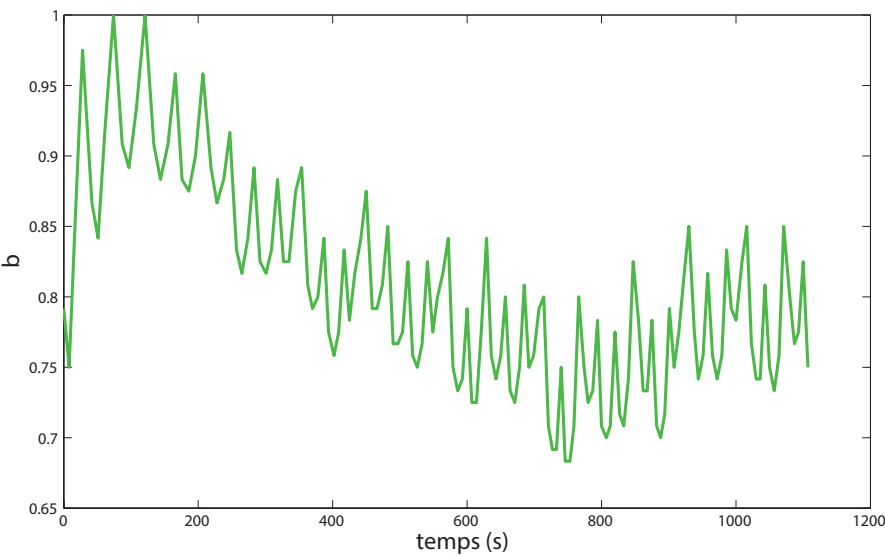


FIGURE 4.5 Évolution de b en fonction du temps pour une expérience où $Sp > Sp^*$.

$b_0 \backslash Sp$	$\theta_0 = 0^\circ$					$\theta_0 = 3^\circ$					$\theta_0 = 6^\circ$				
	1	0.95	0.90	0.85	0.80	1	0.95	0.90	0.85	0.80	1	0.95	0.90	0.85	0.80
14000	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue
7000	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue
3500	Red	Red	Blue	Blue	Blue	Red	Red	Blue	Blue	Blue	Red	Red	Blue	Blue	Blue
1750	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue
1400	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue*	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue
1050	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue
700	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue
600	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue
525	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue
440	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue
350	Blue	Blue	Blue	Blue*	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue
260	Red	Red*	Red	Red	Blue	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red
175	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue
90	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue

TABLE 4.2 Cartographie de la dynamique des filaments en fonction des conditions initiales pour les simulation longues. En rouge si le filament montre une trajectoire en « escalier », en vert si le filament se piège au niveau d’une cellule. Et en bleu si le filament présente une trajectoire en « méandres ». Les * correspondent aux simulations numériques représentées sur la Figure 4.4.

aux différences dans les distributions de b . La dynamique complexe d’un filament rendant difficile l’analyse temporelle nous avons choisi de réaliser un étude statistique de l’instabilité de flambage en considérant chaque trajectoire de façon individuelle. Puis nous avons appliqué des filtres sur la valeur de b .

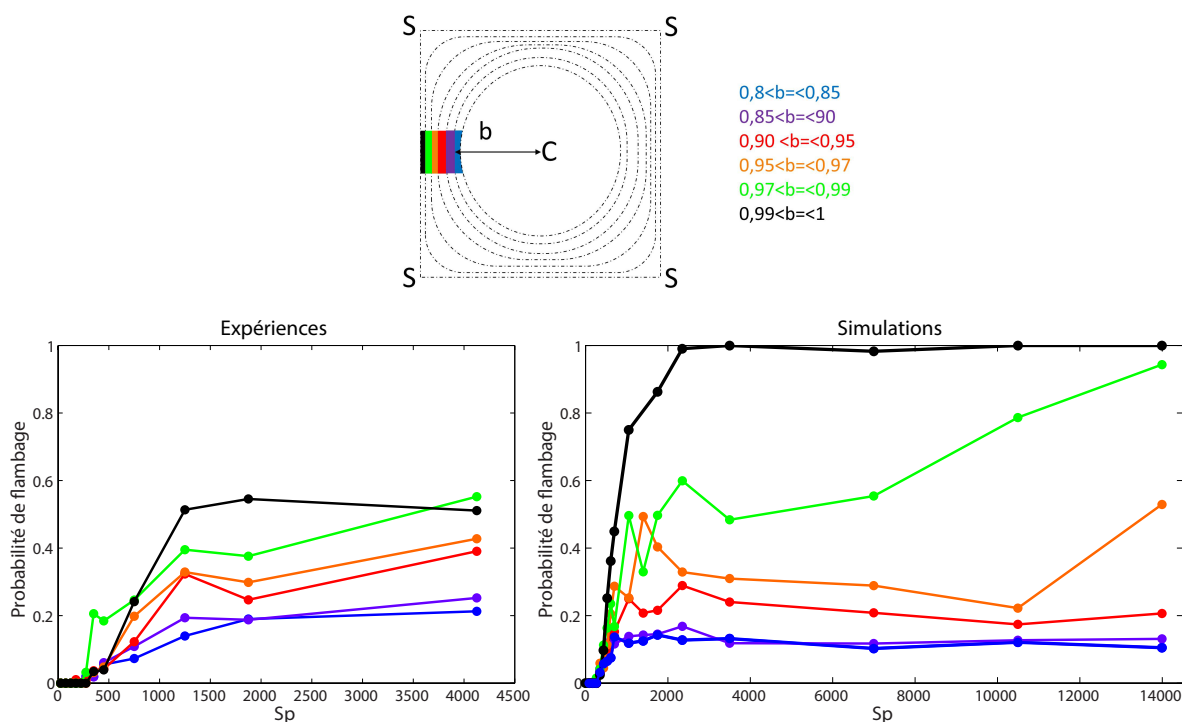


FIGURE 4.6 Définition des différentes gammes de b . En pointillés les lignes de courant d'une cellule de l'écoulement. Probabilité de flambage, calculée pour les différentes gammes de b en fonction de Sp , pour les expériences et les simulations « courtes ».

4.2.3 Influence de b

Pour étudier l'influence de b sur la probabilité de flambage, nous avons construit les probabilités pour différentes gammes de b comme représenté sur la Figure 4.6 en filtrant les valeurs de b à l'entrée des trajectoires. On obtient ainsi plusieurs courbes de probabilité. Ces courbes sont représentées à la fois pour les simulations « courtes » et les expériences. Cette figure confirme une forte dépendance en b . La forme globale de la courbe est conservée : présence d'une valeur Sp^* en dessous de laquelle le filament ne flambe pas et d'un plateau. La valeur du plateau croît avec la gamme de b que ce soit pour les simulations numériques ou les expériences.

Nous en déduisons que plus le filament arrive "directement" sur le point de stagnation (i.e. sur ou au plus près de l'axe de compression) plus sa probabilité de flamber croît : Pour les simulations, la valeur du plateau passe de 0.1 pour $0.8 < b \leq 0.85$ à 1 pour $0.99 < b \leq 1$. Pour les expériences, elle passe d'environ 0.15 à 0.6 pour les mêmes gammes de b . La Figure 4.7 compare pour chaque gamme de b les probabilités calculées pour les simulations numériques et pour les résultats expérimentaux. Sur cette figure nous observons un très bon accord entre les expériences et les simulations pour les valeurs de Sp^* , de la pente et du plateau. On remarque aussi que la valeur de Sp en dessous de laquelle la probabilité de flambage est nulle $Sp^* \cong 175$ est indépendante de b . On note cependant que la valeur du plateau des expériences et des simulations diffère pour la gamme de b comprise entre 0.99 et 1. Cette différence est probablement due à un effet de taille finie pour les expériences. En effet, l'extension radiale du filament qui est de l'ordre de la centaine de microns normalisée par la taille d'une demi cellule ($\frac{2r}{W/2} \approx 0.1$) est du même ordre de grandeur que la gamme de b en question.

Le calcul de la probabilité de flambage en imposant un filtre sur les valeurs de b a permis de mettre en évidence son importance dans notre système et de montrer que la probabilité de

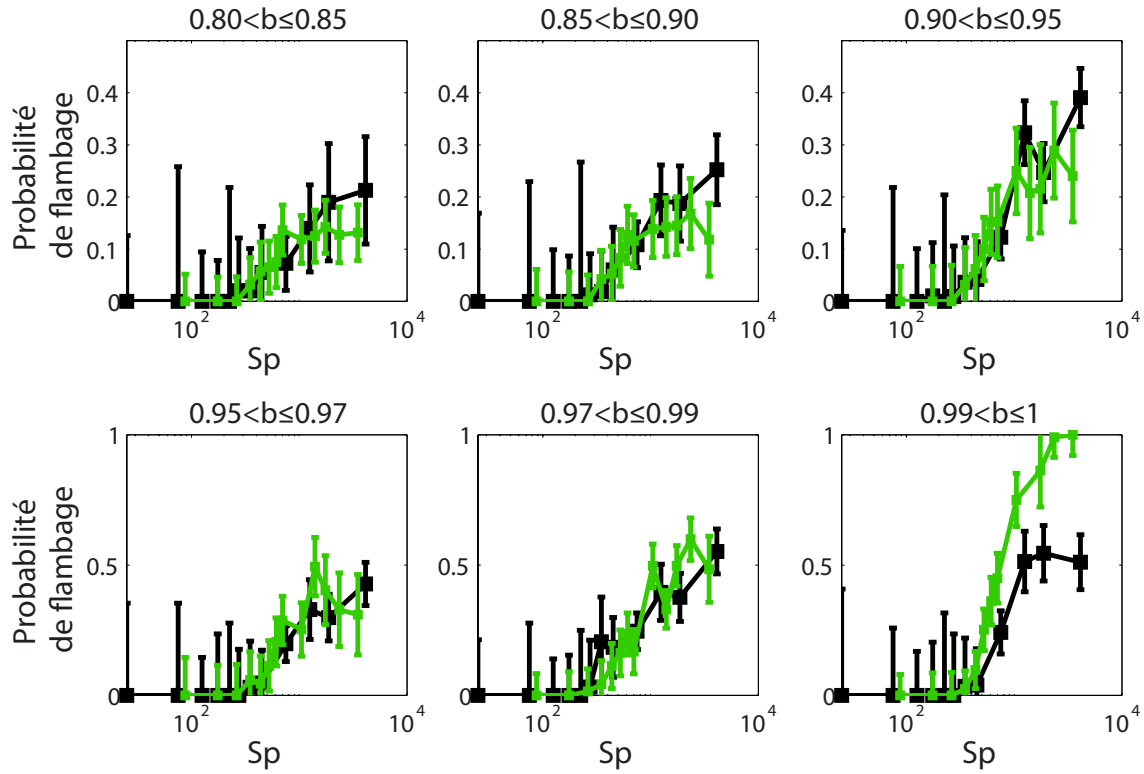


FIGURE 4.7 Comparaison des probabilités de flambage issues des **simulations numériques « courtes »** et des expériences pour chaque gamme de b

flambage augmente lentement pour $Sp > Sp^*$ et conduit à un bon accord entre expériences et simulations. Cependant la forme de la courbe reste encore incomprise, son étude est l'objet de la partie suivante.

4.3 Étude de l'influence de l'angle θ et de la déformation A

Pour comprendre la forme de la courbe de probabilité, nous nous sommes intéressés à la dynamique d'auto-positionnement du filament. Plus précisément, nous nous sommes attachés à regarder l'influence de l'angle θ et de la déformation A du filament à l'entrée d'une trajectoire sur le flambage. Pour cela j'ai réalisé de nouvelles simulations dont je n'ai analysé que la première trajectoire.

4.3.1 Influence de l'angle θ

Pour étudier l'influence de l'angle θ (cf. Figure 2.18.a) nous avons fait varier b_0 et θ_0 sans déformation initiale ($A_0 = 0$) (nous rappelons que nous affectons un signe positif à l'angle si le filament est orienté selon les lignes de courant de la cellule à laquelle il appartient, ou un signe négatif dans le cas contraire). Ces simulations ont été réalisées pour six valeurs de Sp . Sur la Figure 4.8 la première trajectoire de chaque simulation est représentée dans le plan (θ_0, b_0) avec un point bleu si le filament flambe ou rouge s'il ne flambe pas.

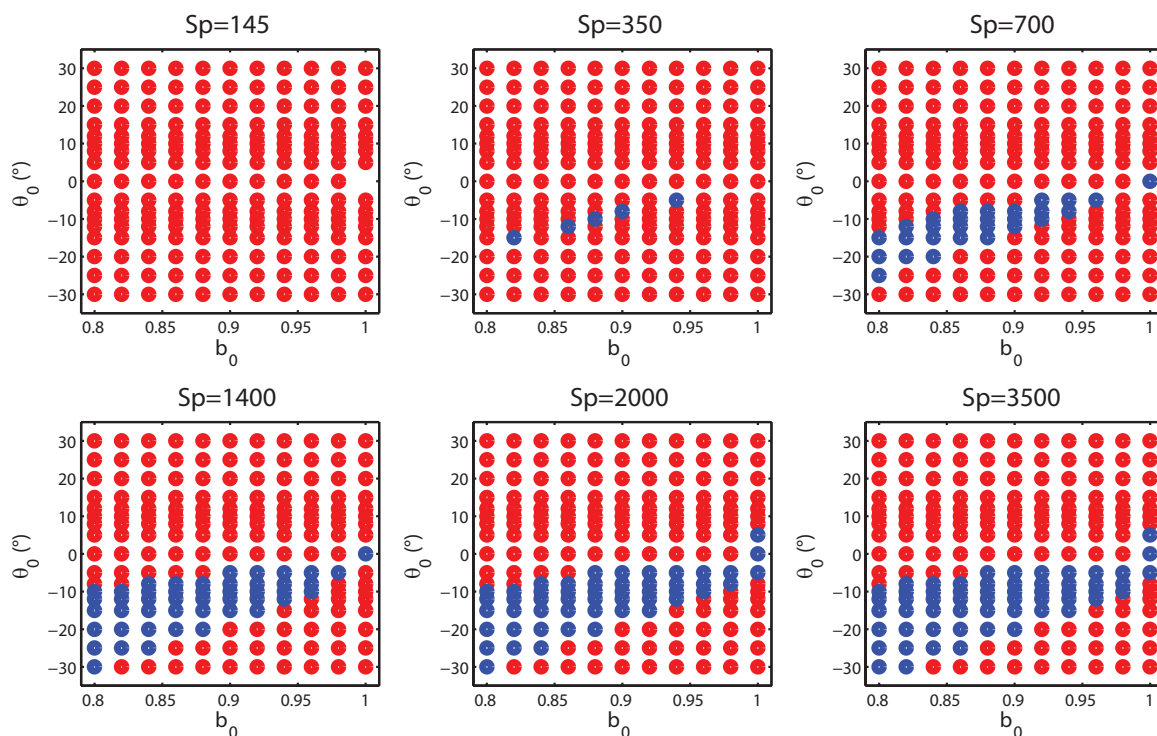


FIGURE 4.8 Représentation des premières trajectoires des simulations numériques dans le plan (θ_0, b_0) . ● : le filament flambe, ● : le filament ne flambe pas. Chaque graphe correspond à une valeur différente de Sp pour $\frac{L}{W} = 0.42$.

Sur cette figure nous observons que le filament ne flambe pas en-dessous de Sp^* et que seuls les filaments ayant un angle négatif flambent⁶. Nous constatons aussi que plus la valeur de Sp augmente plus large est la zone de paramètres où le filament flambe. Nous notons que plus b est proche de 1, plus le filament flambe pour des valeurs d'angle faibles et qu'il ne flambe pas pour des valeurs d'angle trop élevées⁷.

Sur la [Figure 4.9](#) sont représentées comme précédemment les premières trajectoires de ces simulations dans le plan (θ_0, b_0) correspondant à une valeur de Sp égale à 2350 (couleurs pâles). Cette valeur de Sp a été choisie pour comparaison avec les expériences. Nous avons superposé sur cette figure les premières trajectoires des résultats expérimentaux pour la même valeur de Sp . Nous constatons sur cette carte un très bon accord entre les résultats numériques et expérimentaux.

Nous pouvons à ce niveau conclure qu'un filament initialement droit ne flambe que si les paramètres (θ, b) "choisis" par le filament appartiennent à la zone bleue de la [Figure 4.9](#). Afin de raffiner cette analyse, nous allons à présent nous intéresser à l'influence de la déformation, A .

⁶exception faite des plus grandes valeurs de Sp pour lesquelles il y a flambage pour θ_0 positif et $b=1$ (i.e. pour un filament sur l'axe bordant la cellule).

⁷Sur la cartographie de $Sp = 145$, nous pouvons remarquer l'absence de point pour le couple de paramètre $(\theta_0, b_0)=(0,1)$, qui s'explique par le fait que pour ces conditions initiales le filament s'arrête au niveau du point de stagnation et donc ne parcourt pas une trajectoire complète.

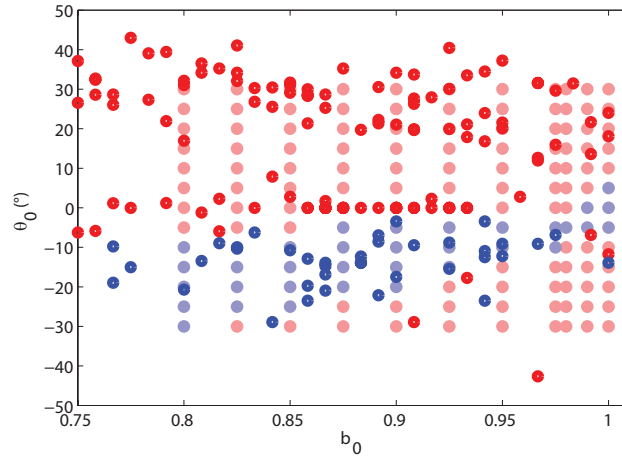


FIGURE 4.9 Comparaison expériences-simulations. Superposition de la première trajectoire des simulations (couleurs pâles) et des expériences (couleurs foncées) dans le plan (θ_0, b_0) pour $Sp = 2350$ et $\frac{L}{W} = 0.42$ ● : le filament flambe, ● : le filament ne flambe pas.

4.3.2 Influence de la déformation A

Nous venons de montrer que pour un filament initialement non déformé (*i.e.* $A_0 = 0$) les trajectoires pour lesquelles un évènement de flambage a lieu correspondent à des angles θ négatifs sauf pour les trajectoires passant très près de l'axe bordant les cellules ($b > 0.98$).

Afin d'étudier comment la déformation à l'entrée d'une trajectoire influe sur l'instabilité de flambage, nous avons réalisé des simulations numériques en imposant une déformation initiale contrôlée par le paramètre $A_0 = 1 - L_{d0}/L$ variant de 0 à 0.12. Nous rappelons qu'une trajectoire est écartée si la valeur de la déformation A est supérieure à 0.12 qui correspond au seuil $L_{d_{seuil2}}$ (cf. chapitre 3). L'orientation de la déformation, A , est prise en compte en attribuant par convention un signe positif pour les filaments dont la déformation est orientée avec les lignes de courant (cf. Figure 4.10) et un signe négatif dans le cas contraire.

Cette analyse n'est pas possible pour les expériences à cause d'une résolution insuffisante sur A . En effet, la valeur de la déformation calculée pour les expériences présente une erreur ΔA , de l'ordre de 0.05 qui est comparable à la gamme de variation possible des déformations ($|A| \in [0, 0.12]$).

La Figure 4.11 montre les cartes de flambage dans le plan (A_0, b_0) avec un angle nul. Les différentes cartes ont été réalisées pour différentes valeurs de Sp allant de 145 à 3500. Sur ces graphiques on observe que :

- le filament ne flambe pas en-dessous de Sp^*
- la zone où les évènements de flambage ont lieu augmente avec la valeur de Sp , comme pour les carte (θ_0, b_0) .
- les filaments déjà déformés à l'entrée de la trajectoire flambent plus facilement.
- plus le filament est près de l'axe de compression moins l'effet de la déformation est important.
- il existe une dissymétrie par rapport à l'axe $A = 0$. En effet, la zone où des évènements de flambage ont lieu est plus large pour des valeurs de A négatives (cf. Figure 4.10). Cet observation indique qu'un filament orienté avec les lignes de courant a tendance à les suivre sans flamber.

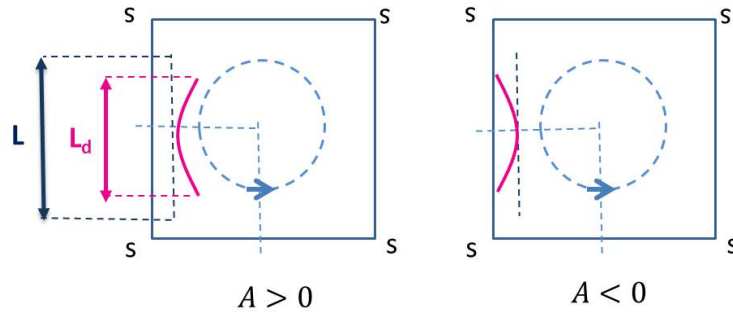


FIGURE 4.10 Convention déterminant l'amplitude et l'orientation de la déformation A . A est positif si le filament est orienté avec les lignes de courant sinon A est négatif. L est la longueur du filament et L_d sa longueur bout à bout à l'entrée d'une trajectoire. « s » correspond à la position des points de stagnation.

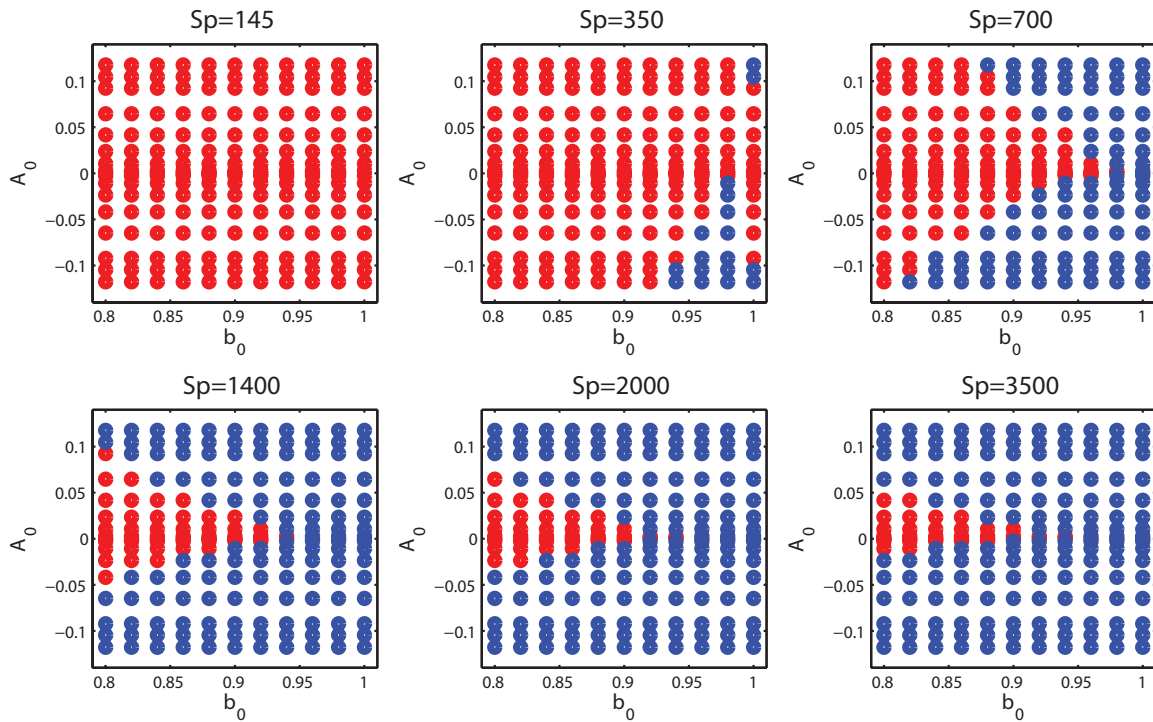


FIGURE 4.11 Représentation des premières trajectoires dans le plan (A_0, b_0) , $\theta_0 = 0$ pour $\frac{L}{W} = 0.42$. • : le filament flambe, • : le filament ne flambe pas.

Pour étudier l'influence de l'angle θ en plus de la déformation A nous nous sommes concentrés sur une seule valeur de Sp égale à 2350.

Sur la Figure 4.12 nous avons représenté les premières trajectoires des simulations numériques dans le plan (θ_0, A_0) . Chaque graphe correspond à une valeur de b_0 imposée à l'entrée. On peut tout d'abord noter que les trajectoires pour lesquelles un événement de flambage a lieu sont à nouveau localisées dans des zones bien définies dans le plan (θ_0, A_0) . La localisation de ces zones dépend de b .

Les cartes que nous avons discutées dans cette partie peuvent être utilisées pour prédire,

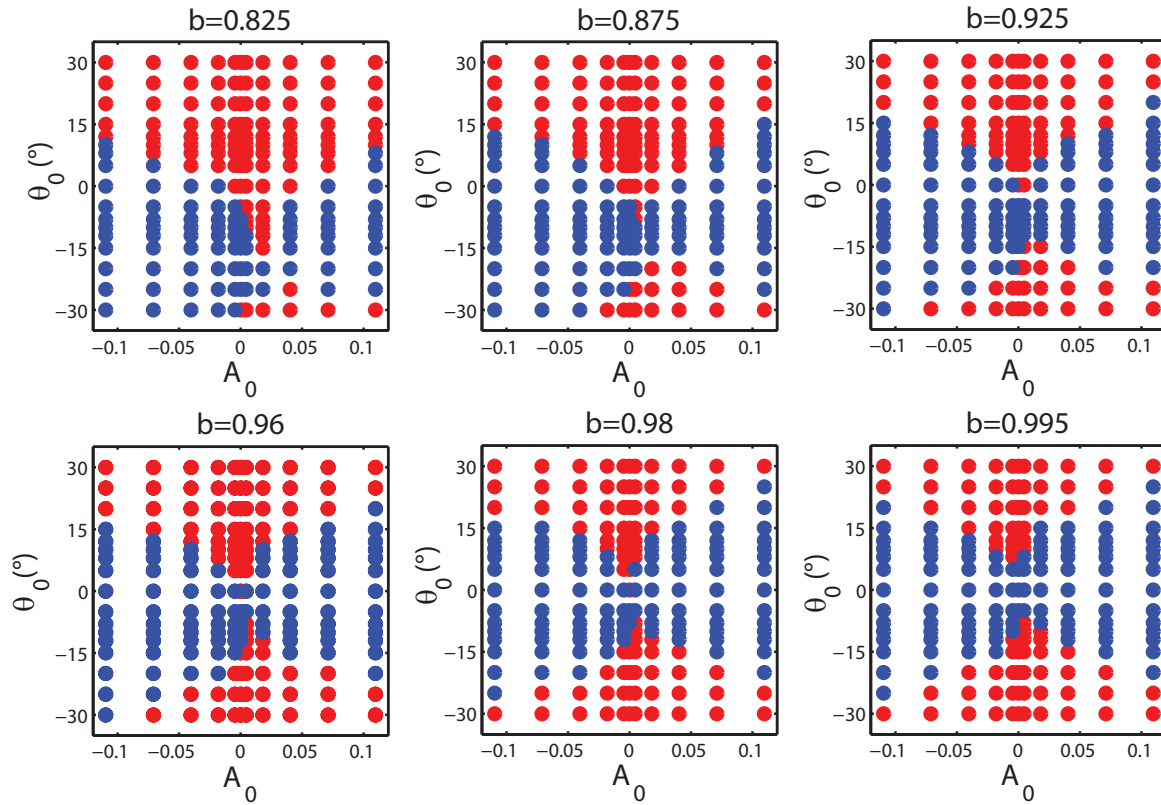


FIGURE 4.12 Représentation des évènements de flambage dans le plan (θ_0, A_0) pour différentes gammes de b_0 , $Sp = 2350$ et $\frac{L}{W} = 0.42$. • : le filament flambe, • : le filament ne flambe pas.

connaissant b , θ et A , si le filament va flamber ou non. Nous nous intéressons dans la suite aux valeurs de b , θ et A au cours du transport dans les cellules de notre écoulement.

4.4 Rôle de la dynamique dans la probabilité de flambage

4.4.1 Dynamique

Comme nous l'avons déjà souligné, la dynamique d'un filament élastique dans un écoulement cellulaire est complexe. C'est ce qui est illustré par l'évolution temporelle de b sur les Figure 4.4 et Figure 4.5. Nous ajoutons également ici une figure qui donne l'évolution de l'angle θ pour une expérience et une simulation (cf. Figure 4.13) où nous ne considérons pas les trajectoires pour lesquelles le filament est initialement déformé, ce qui est le cas de certaines trajectoires qui suivent un évènement de flambage et où la déformation du filament n'a pas complètement relaxé. Sur cette figure, nous avons mis en évidence chaque trajectoire par une + et chaque évènement de flambage par un •. Nous observons que la valeur de l'angle à l'entrée d'une trajectoire varie entre environ -30° et 30° . La valeur de l'angle à l'entrée d'une trajectoire où le filament flambe est dans la plupart des cas négatif en accord avec les cartes de la Figure 4.8. Après un évènement de flambage l'angle croît jusqu'à une valeur positive puis décroît jusqu'à atteindre une valeur négative lui permettant de flamber. Cependant le nombre de trajectoires

dans ce cycle n'est pas constant ce qui rend l'analyse temporelle complexe. Nous avons donc décidé de considérer chaque trajectoire individuellement en la caractérisant par ses paramètres b , θ et A à l'entrée.

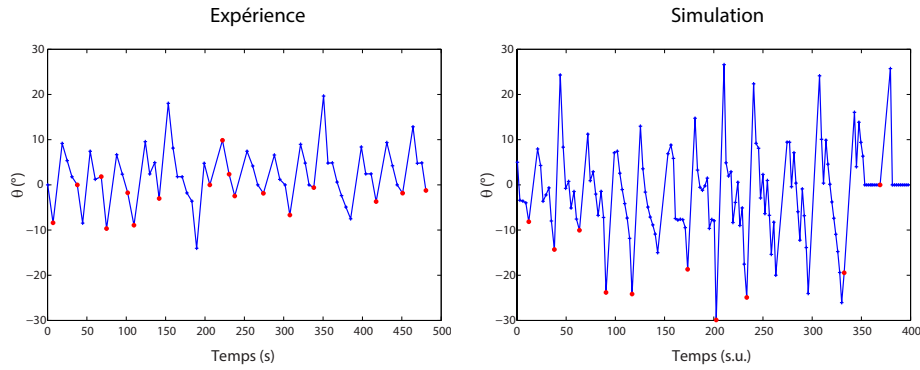


FIGURE 4.13 Évolution de l'angle à l'entrée de chaque trajectoire en fonction du temps pour une expérience et pour une simulation pour un $Sp = 2350$ et $\frac{L}{W} = 0.42$. Les $+$ représentent chaque trajectoire et les \bullet celles où le filament flambe.

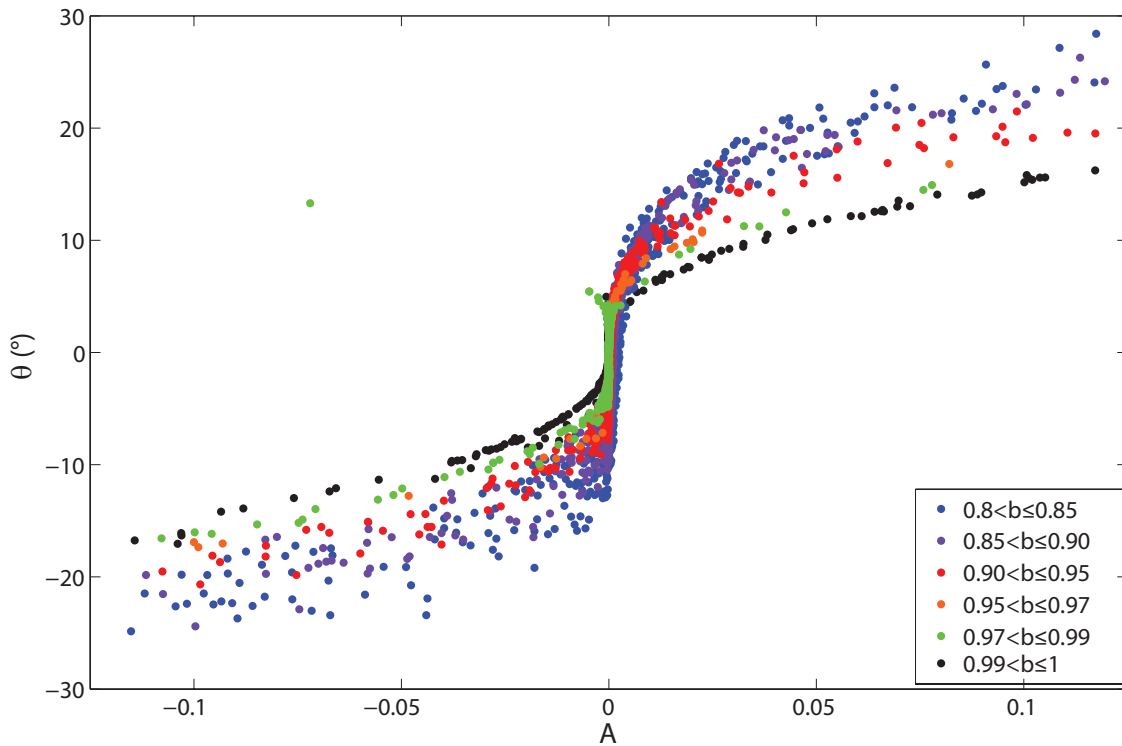


FIGURE 4.14 Angle θ en fonction de la déformation A pour chaque gamme de b à l'entrée de chaque trajectoire des simulations ($Sp = 2350$ et $\frac{L}{W} = 0.42$).

Afin d'étudier la dynamique d'auto-positionnement d'un filament, nous nous sommes concentrés sur une seule valeur de Sp égale à 2350. Nous avons représenté sur la Figure 4.14 l'angle θ en fonction de la déformation A à l'entrée de chaque trajectoire. Nous notons tout d'abord qu'un filament souple (*i.e.* $Sp > Sp^*$) évoluant librement n'explore pas tout l'espace des para-

mètres couvert par les cartes précédentes pour lesquelles nous avons imposé les paramètres à l'entrée des trajectoires. Nous observons cependant qu'à la fois des valeurs d'angle positives et négatives sont observées. Il en est de même pour la déformation A . Nous constatons aussi sur ce graphe que l'angle θ et la déformation A sont liés de manière non triviale et dépendent de b . Plus la valeur de b est élevée plus la gamme des angles accessibles est petite.

Sur la Figure 4.15, nous avons superposé aux cartes de la Figure 4.12, les trajectoires des simulations de la Figure 4.14 en différenciant les trajectoires pour lesquelles un évènement de flambage a eu lieu (en bleu) de celles où il n'y en a pas eu (en rouge). Sur cette figure, on constate un très bon accord entre les simulations pour lesquelles les paramètres à l'entrée sont imposés et celles où ils sont "choisis" par la dynamique d'auto-positionnement du filament. Ce résultat nous indique que seule la valeur des paramètres dynamiques importe dans la détermination de l'existence ou non d'un évènement de flambage. La dynamique du filament dans l'écoulement détermine donc l'espace des paramètres explorés qui à leur tour détermine si le filament flambe ou pas durant une trajectoire.

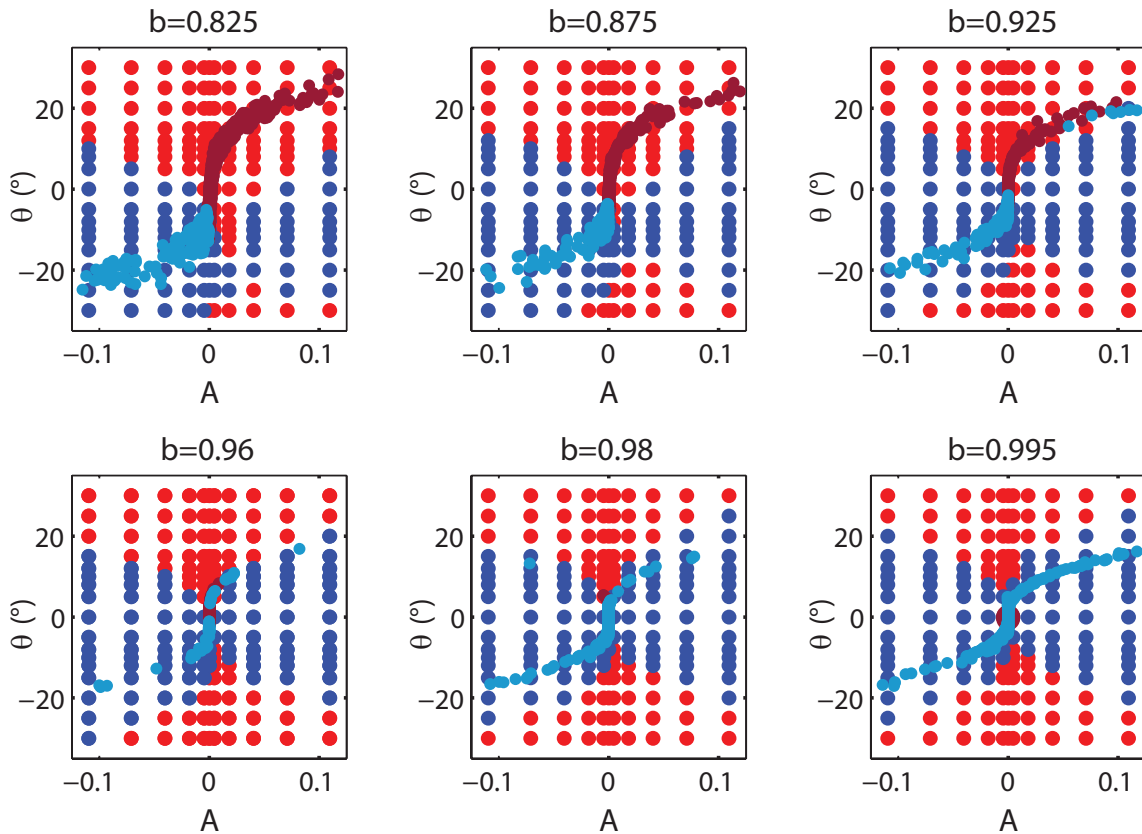


FIGURE 4.15 Superposition des trajectoires des simulations dans le plan (A, b) pour $Sp = 2350$ et $\frac{L}{W} = 0.42$. \bullet : le filament flambe, \bullet : le filament ne flambe pas.

4.4.2 Reconstruction de la probabilité de flambage

Ainsi à partir des cartes de la Figure 4.12 et de la localisation des trajectoire dans le plan (θ, A) pour chaque gamme b donnée par la Figure 4.14 nous pouvons prédire le flambage ou non du filament pour une trajectoire donnée. Mais ces informations ne sont pas suffisantes pour

expliquer et reconstruire la courbe de probabilité. En effet, afin de déterminer la probabilité de flambage d'un filament pour chaque gamme de b nous devons en plus connaître la fréquence de chaque combinaison de paramètres (b, θ, A). Pour déterminer cette fréquence nous avons donc construit la distribution de ces paramètres pour chaque gamme de b pour les expériences et les simulations à $Sp = 2350$ pour le paramètre d'angle (cf. Figure 4.16) et seulement pour les simulations pour la déformation (cf. Figure 4.17). Avant de reconstruire la probabilité de flambage pour $Sp = 2350$ commentons ces distributions. En ce qui concerne celles des angles θ (cf. Figure 4.16), nous retrouvons aussi bien pour les simulations que pour les expériences le fait que plus le filament est près de l'axe bordant la cellule plus la gamme des angles accessibles diminue comme nous l'avons déjà souligné pour la Figure 4.14. Quant aux distributions des déformations de la Figure 4.17, elles indiquent que presque pour la totalité des trajectoires le filament n'est pas déformé et que plus les filaments passent près des axes moins ils sont déformés.

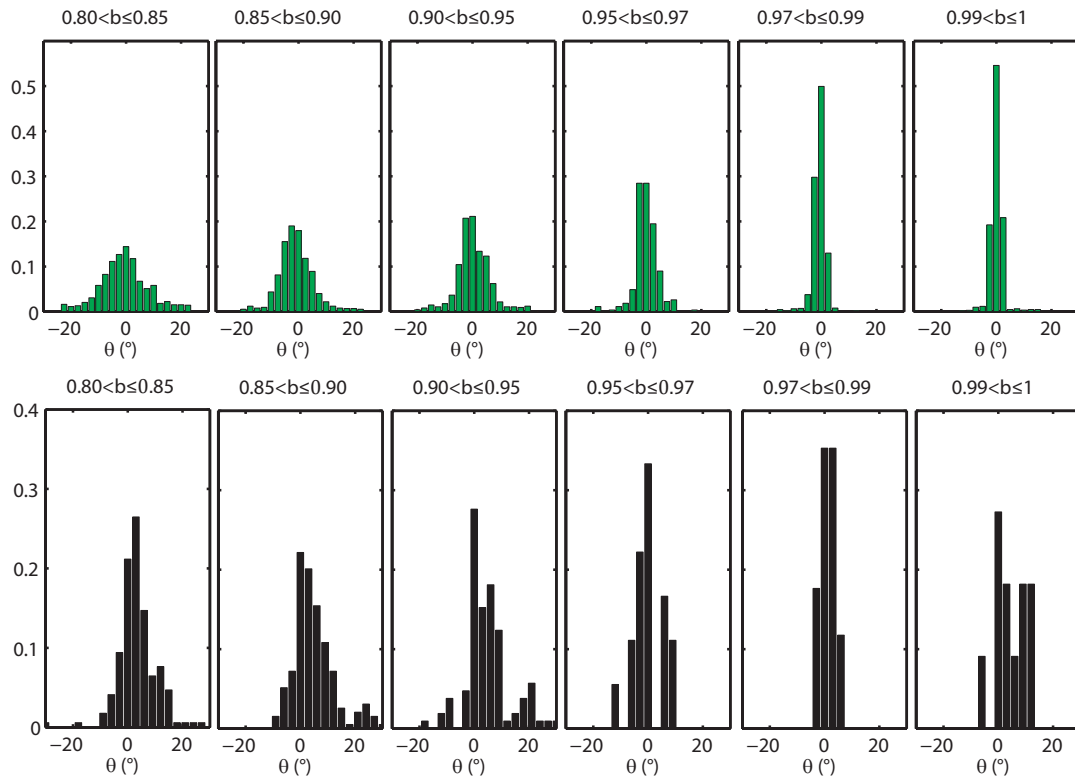


FIGURE 4.16 Distributions des angles θ pour chaque gamme de b , en vert pour les simulations numériques et en noir pour les expériences ($Sp = 2350$ et $\frac{L}{W} = 0.42$).

À présent, connaissant les zones dans le plan (θ, A) pour chaque gamme de b où les événements de flambage ont lieu (cf. Figure 4.12), nous pouvons prédire la probabilité de flambage en calculant le rapport du nombre de trajectoires dont les paramètres appartiennent à la zone bleue où l'évènement de flambage est prédit et du nombre total de trajectoires pour une gamme de b donnée et pour la valeur de Sp considérée. Les résultats de cette reconstruction sont présentés sur la Figure 4.18 (en vert) où ils sont comparés à la probabilité calculée à partir de l'analyse habituelle (en bleu). La probabilité de flambage et sa prédiction en fonction de b sont en bon accord. Nous pouvons ainsi conclure que l'instabilité de flambage du système dynamique considéré est bien un phénomène déterministe caractérisé par Sp et les paramètres

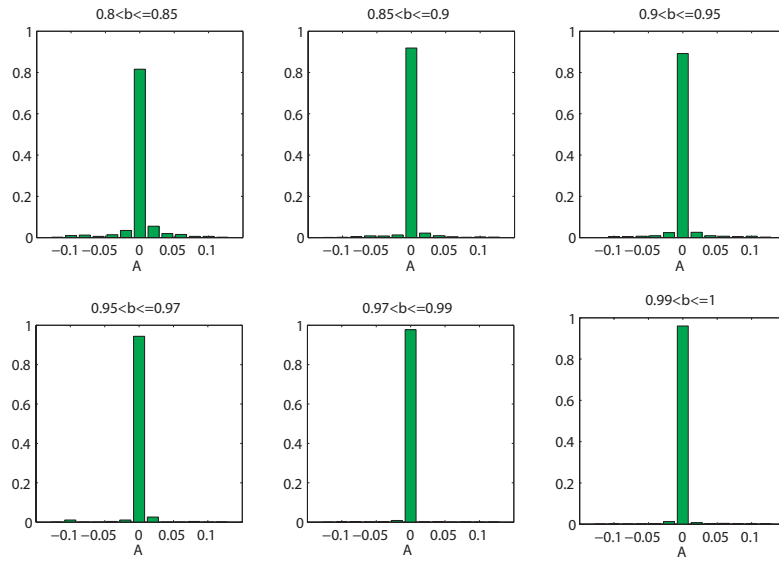


FIGURE 4.17 Distributions des déformations A pour chaque gamme de b pour les simulations numériques ($Sp = 2350$ et $\frac{L}{W} = 0.42$).

dynamiques θ , A et b .

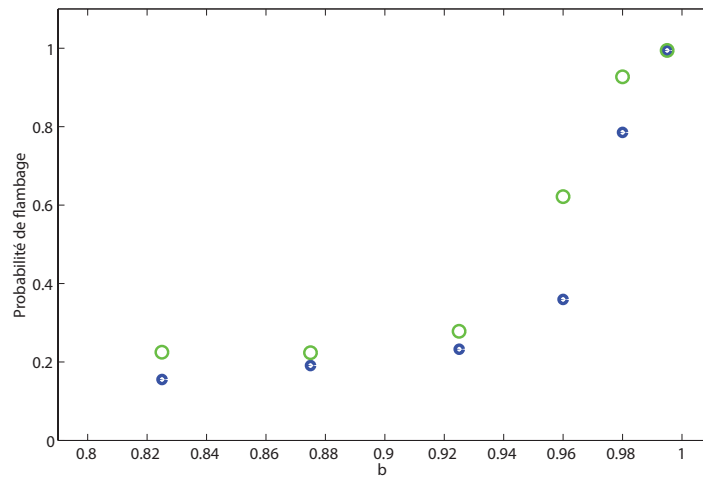


FIGURE 4.18 Probabilité de flambage (en bleu) et sa prédiction (en vert) en fonction de b pour les simulations numériques ($Sp = 2350$ et $\frac{L}{W} = 0.42$).

Reconstruction de la courbe de probabilité pour les expériences

Comme nous l'avons précisé précédemment l'incertitude liée à la détermination de la déformation A ne nous permet pas de reconstruire la probabilité de flambage pour les expériences comme nous avons pu le faire pour les simulations. Cependant nous pouvons pour ces expériences reconstruire une probabilité à partir de la carte représentant l'angle θ en fonction de b obtenue à partir des premières trajectoires des simulations à la même valeur de Sp (cf. Fi-

gure 4.9) et de la distribution des angles pour chaque gamme de b (cf. Figure 4.16). Les résultats de cette reconstruction (en rouge) ainsi que la probabilité de flambage (en bleu) calculée à partir de l'analyse habituelle sont montrés sur la Figure 4.19.

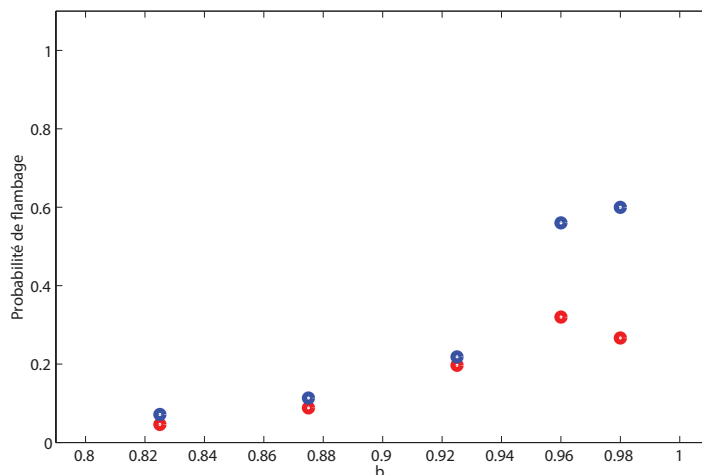


FIGURE 4.19 Probabilité de flambage (en bleu) et sa prédiction (en rouge) en fonction de b pour les expériences ($Sp = 2350$ et $\frac{L}{W} = 0.42$).

Nous constatons sur la Figure 4.19 que la probabilité de flambage et sa prédiction en fonction de b construite à partir de la distribution des angles sont en bon accord pour des valeurs de b inférieures à 0.96. Pour les valeurs de b supérieures, l'écart devient plus important. Ce résultat montre que pour des filaments suffisamment loin de l'axe l'angle θ est suffisant pour prédire l'existence ou non d'un évènement de flambage. Pour $b > 0.96$ l'angle n'est pas suffisant. Ce résultat montre ainsi que même si la déformation du filament A est la plupart du temps nulle, elle importe dans la détermination de l'existence d'un évènement de flambage.

L'importance de la déformation est aussi observable sur la Figure 4.20 qui représente les trajectoires qui suivent la première et pour lesquelles les paramètres θ et b ne sont pas imposés mais mesurés à chaque entrée de trajectoire pour les simulations (a) et les expériences (b). Pour des valeurs de $b < 0.9$ des évènements de flambage n'ont lieu que pour des angles négatifs. En revanche, pour les trajectoires passant plus près de l'axe ($b > 0.9$), des évènements de flambage ont lieu même pour des valeurs de θ positives. Cette différence par rapport aux premières trajectoires s'explique par le fait que pour la première trajectoire le filament est parfaitement droit, contrairement aux trajectoires qui suivent où le filament peut présenter une faible déformation.

Ces observations nous indiquent que l'instabilité de flambage est régie essentiellement par le paramètre dynamique d'angle. θ est donc un bon critère pour déterminer avec b et Sp l'existence d'un évènement de flambage pour des trajectoires suffisamment loin des axes.

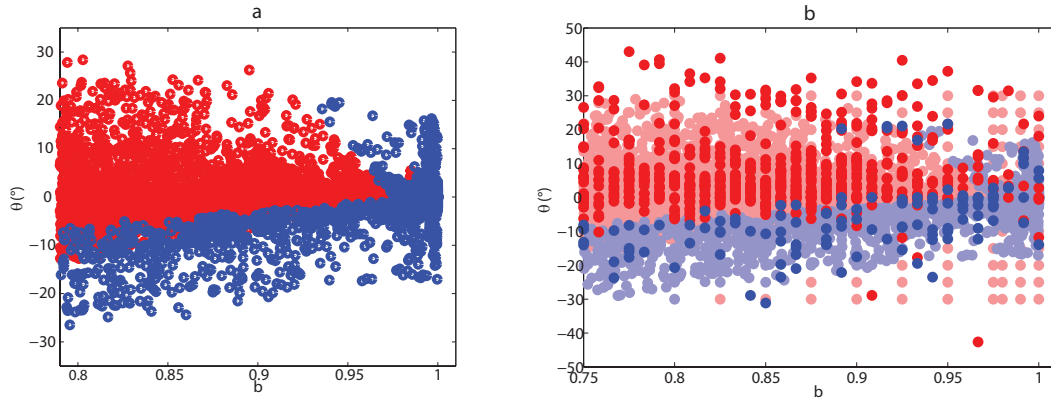


FIGURE 4.20 (a) Représentation des trajectoires qui suivent la première des simulations numériques dans le plan (θ, b) (b) : Superposition des trajectoires qui suivent la première des expériences et des simulations numériques (couleurs pâles) dans le plan (θ, b) ($Sp = 2350$ et $\frac{L}{W} = 0.42$). ● : le filament flambe, ● : le filament ne flambe pas.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons montré grâce à l'analyse des expériences et des simulations numériques que le flambage d'un filament élastique n'est pas seulement déterminé par le nombre élasto-visqueux Sp mais aussi par les paramètres liés à la dynamique d'auto-positionnement du filament à l'entrée d'une trajectoire : la distance entre le filament et le centre des cellules b , l'angle θ entre le filament et l'axe bordant la cellule ainsi que la déformation A du filament. Nous avons ainsi pu prédire la probabilité de flambage à partir des distributions des paramètres b , θ et A . L'analyse de ces différents paramètres nous permet ainsi de comprendre pourquoi la probabilité de flambage n'atteint pas 1 pour des valeurs de Sp supérieures à Sp^* et de prédire l'existence ou non d'un événement de flambage pour une trajectoire donnée connaissant ses paramètres (Sp , b , θ et A) à l'entrée. Nous avons aussi montré que la dynamique propre du filament dans le réseau conduit à n'explorer qu'une partie de l'espace des paramètres.

La caractérisation de l'instabilité de flambage étant réalisée, dans le chapitre suivant nous allons nous intéresser à la manière dont les propriétés de transport d'un filament élastique sont modifiées par sa déformation.

En résumé

- Très bon accord entre les résultats expérimentaux et numériques.
 - La forme globale des courbes de probabilité de flambage sont identiques.
 - Les valeurs de Sp^* sont du même ordre (175) et supérieures à celle prédite théoriquement.
 - La valeur maximale de la probabilité de flambage est différente de un pour les résultats expérimentaux et numériques pour des $Sp > Sp^*$.
 - ↪ Le nombre élasto-visqueux n'est pas le seul paramètre de contrôle de cette instabilité de flambage.
- La dynamique d'auto-positionnement du filament influe sur cette instabilité de flambage via :
 - la distance au centre de la cellule b
 - l'angle entre l'axe de compression et le filament θ
 - la déformation du filament A
- Le flambage est contrôlé par : Sp , b , θ et A .

Chapitre 5

Transport d'un filament élastique

Chapitre 5 : Transport d'un filament élastique

[↑ retour à la table des matières](#)

4.1	Simulations numériques	70
4.1.1	Modèle pour un filament élané et déformable	70
4.1.2	Les résultats numériques	72
4.2	Comparaison des courbes de probabilités	73
4.2.1	Probabilités brutes	73
4.2.2	Distribution de b	74
4.2.3	Influence de b	77
4.3	Étude de l'influence de l'angle θ et de la déformation A	78
4.3.1	Influence de l'angle θ	78
4.3.2	Influence de la déformation A	80
4.4	Rôle de la dynamique dans la probabilité de flambage	82
4.4.1	Dynamique	82
4.4.2	Reconstruction de la probabilité de flambage	84
4.5	Conclusion	88

Dans le chapitre précédent nous avons montré qu'en plus du nombre élasto-visqueux Sp la dynamique de la fibre est cruciale pour la compréhension de la courbe de la probabilité de flambage. Dans ce chapitre, nous cherchons à comprendre le transport du filament à travers le réseau cellulaire (cf. [61]). Nous allons en particulier chercher à décrire les mécanismes de l'étape élémentaire du transport : la sortie d'une cellule ou dépiégeage. Notre écoulement est constitué de lignes de courant fermées (cf. Figure 5.1) ce qui en fait un système tout à fait adapté à l'étude de l'influence des effets de taille finie et de déformation sur les propriétés de transport puisqu'un objet ponctuel reste piégé, que ce soit sur une ligne de courant ou sur un point de stagnation. Nous allons commencer par évaluer l'influence du flambage et de la flexibilité des filaments sur les mécanismes de « dépiégeage ». Ensuite, nous étudierons l'influence du couplage entre les différents paramètres à partir de résultats numériques. Enfin, nous présenterons quelques observations expérimentales du transport de filaments rigides.

5.1 Transport : Premières observations

À partir des toutes premières expériences réalisées durant cette thèse nous avons pu constater qu'un filament dans un réseau cellulaire pouvait être transporté à travers le réseau. Pour quantifier cette observation nous avons déterminé le nombre de trajectoires parcourues par un filament avant de changer de cellule, c'est-à-dire avant son dépiégeage, en fonction de sa distance à l'axe de compression caractérisée par b . Sur la Figure 5.2, nous avons représenté cette valeur en fonction de b^8 pour des filaments rigides ($Sp < Sp^*$) et des filaments plus souples ($Sp > Sp^*$)⁹, de même longueur $L = 12$ mm.

⁸Dans [78] nous avons défini b comme étant la distance entre le filament et l'axe de compression contrairement à la convention utilisée dans cette thèse. Ainsi sur cette figure une valeur de $b/(W/2) = 0$ correspond à un filament positionné sur l'axe.

⁹Dans [78] l'expression de Sp^* n'est pas exactement la même que dans cette thèse. elle n'inclut ni la correction logarithmique ni le facteur 2 sur la force visqueuse. Dans [78] $Sp^* = 120$, avec l'expression utilisée ici $Sp^* = 200$

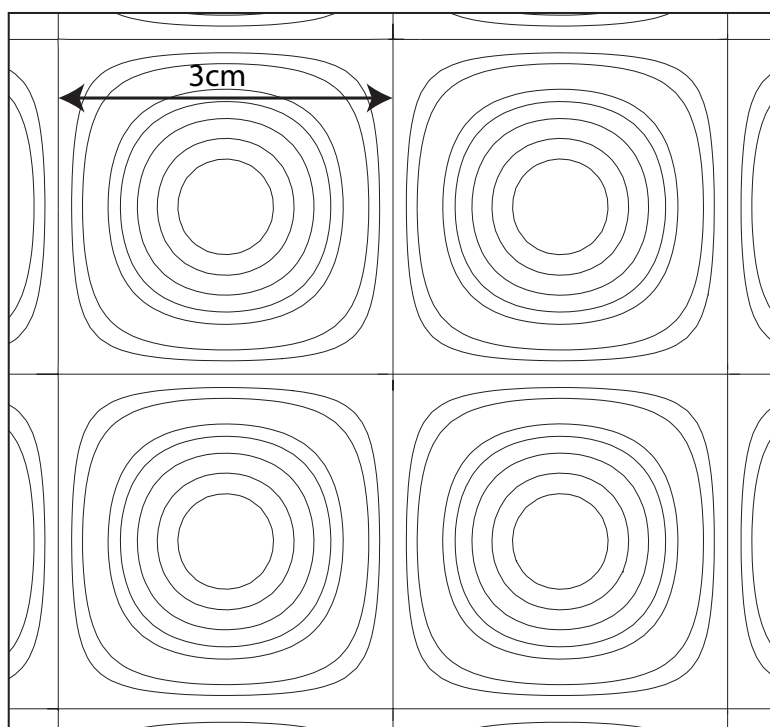


FIGURE 5.1 Lignes de courant fermées de l'écoulement.

Nous précisons que les expériences utilisées pour cette analyse ont été réalisées en utilisant l'électrolyte *E50* (le moins visqueux), qui correspondent à des nombres de Reynolds calculés sur la taille des cellules de l'ordre de 10. Dans le [chapitre 3](#) nous avons montré que le nombre de Reynolds n'avait pas d'effet sur l'instabilité de flambage mais les effets inertiels peuvent influencer sur les propriétés de transport de la fibre. Dans la suite de cette thèse et pour s'affranchir d'éventuels effets inertiels nous nous limiterons à l'analyse des expériences à faibles Reynolds ($Re \leq 1$). Cependant, il nous a paru intéressant de décrire ces premiers résultats issus de [\[78\]](#) et obtenus pour $1 < Re < 15$.

Sur la [Figure 5.2](#), on voit que les filaments souples et les filaments rigides s'échappent de leur cellule initiale. Le nombre de trajectoires est d'autant plus petit que le filament est près de l'axe de compression. On note cependant que les filaments flexibles (dont la valeur de Sp est supérieure à Sp^*) s'échappent en moyenne plus vite que les filaments rigides. La sortie des filaments rigides peut être attribuée à des effets de taille finie. Celle des filaments souples à leurs déformations. Cependant les mécanismes de dépiégeage restent encore à élucider.

5.2 Mécanismes de dépiégeage

Dans cette partie nous allons présenter une analyse basée à la fois sur des expériences et des simulations numériques. Pour quantifier la dynamique de changement de cellules, nous avons déterminé la distance ΔR parcourue par le centre de masse du filament après quatre trajectoires

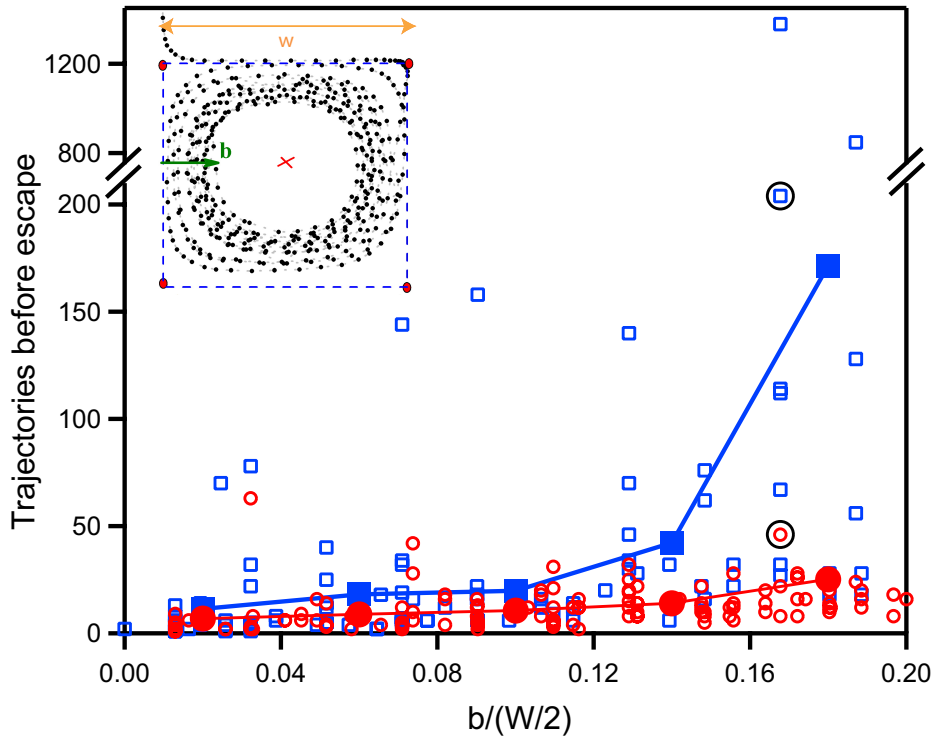


FIGURE 5.2 Nombre de trajectoires avant dépiégeage en fonction de la distance à l'axe de compression $b/(W/2)$ pour des filaments rigides ($Sp < Sp^*$) \square et des filaments plus souples ($Sp > Sp^*$) \circ . Les symboles pleins correspondent aux valeurs moyennes. Cette figure est issue de Wandersman *et al.* [78] (cf. remarques sur b et Sp dans [78] dans les notes de bas de la page précédente).

et l'avons normalisée par la taille de la cellule, W . Cette distance se calcule comme :

$$\Delta R = \frac{\sqrt{(x_{ge}(i+4) - x_{ge}(i))^2 + (y_{ge}(i+4) - y_{ge}(i))^2}}{W}, \quad (5.1)$$

où i correspond au numéro de la trajectoire et (x_{ge}, y_{ge}) sont les coordonnées du centre de masse du filament à l'entrée de la trajectoire. Nous avons choisi de considérer une série de quatre trajectoire plutôt que deux car après un évènement de flambage, le filament n'a pas toujours entièrement relaxé et la position du centre de masse n'a pas beaucoup de sens quand le filament est très déformé. Les différentes séries de quatre trajectoires possibles sont représentées sur la Figure 5.3. La valeur de ΔR nous renseigne sur le piégeage du filament au cours de la série de quatre trajectoires. Si $\Delta R = 0$ le filament reste piégé alors que si $\Delta R \geq 1$, le filament a changé de cellule au moins une fois.

Comme nous pouvons le voir sur la Figure 5.3, la valeur de ΔR n'est pas liée de manière univoque au nombre de fois où le filament s'échappe d'une cellule ; par exemple les combinaisons (c) et (e) ont la même valeur de ΔR mais un nombre de « sorties » différent. Les combinaisons (e) et (f) ne sont presque jamais observées pour les expériences étant donnée la taille limitée du dispositif expérimental. Dans la suite, nous allons étudier l'influence du flambage et de la flexibilité du filament sur le dépiégeage pour une combinaison de quatre trajectoires. Pour cette analyse nous séparons l'étude de l'influence du flambage de celle du nombre élasto-visqueux en tant que mesure de la flexibilité.

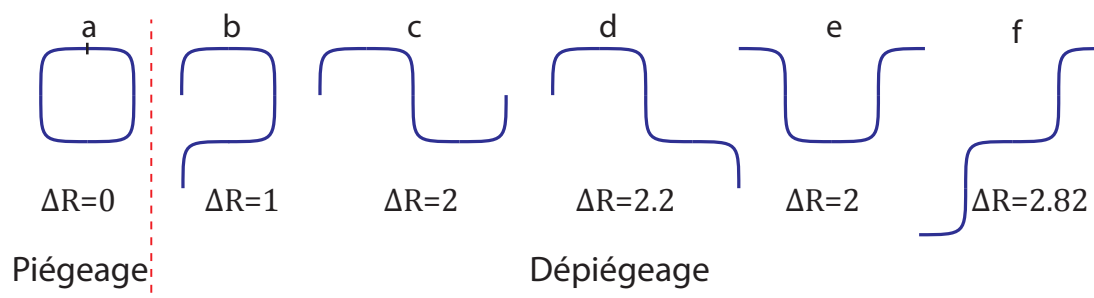


FIGURE 5.3 Les différentes combinaisons de quatre trajectoires et la valeur de ΔR correspondantes.

5.2.1 Influence du flambage

Afin d'évaluer l'influence du flambage sur le « dépiégeage » du filament nous avons représenté la distribution du nombre de combinaisons de trajectoires selon que le filament se dépiège au moins une fois ($\Delta R \geq 1$) ou reste dans la même cellule ($\Delta R = 0$) pour toutes les valeurs de b . Pour mettre en évidence l'influence du flambage, nous avons séparé les séries de quatre trajectoires au cours desquelles le filament a flambé une fois (bleu) de celles où il n'a pas flambé du tout (rouge). Ces distributions sont représentées sur la Figure 5.4 à la fois pour les résultats expérimentaux et numériques.

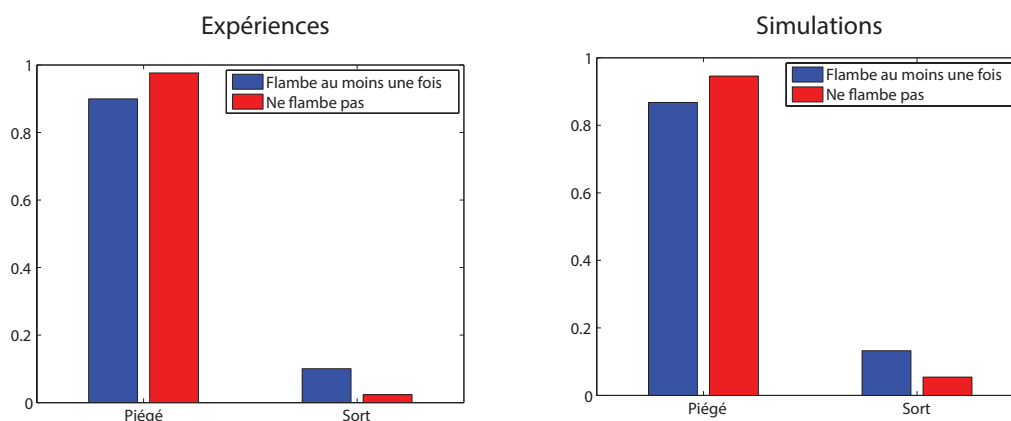


FIGURE 5.4 Répartition des séries de quatre trajectoires entre celles où le filament reste dans la cellule ("Piégé") et celles où il sort ("Sort") pour ceux qui flambent (bleu) ou ceux qui ne flambent pas (rouge).

Nous pouvons tout d'abord noter un bon accord entre les résultats expérimentaux et numériques. Nous observons également que dans la majorité des séries de quatre trajectoires le filament reste dans la même cellule (environ 90%) qu'il y ait flambage ou pas pendant la série considérée. La Figure 5.4 montre aussi que le filament sort plus fréquemment quand il flambe que quand il ne flambe pas. Cette observation indique que le flambage favorise le dépiégeage de la fibre, comme le confirme l'analyse de ceux qui sortent : parmi eux les deux tiers ont flambé.

Ces observations nous indiquent donc que le flambage aide au dépiégeage du filament. Cependant ce n'est pas le seul mécanisme, puisque même des filaments rigides parviennent à se dépiéger (cf. Figure 5.2).

Sur la Figure 5.5 sont représentées des portions de trajectoires pour un filament rigide et un filament souple. Sur cette figure, nous pouvons observer le dépiégeage du filament rigide ($Sp = 23$) qui ne flambe pas (a et b) et du filament souple ($Sp = 1040$) (c) qui flambe. Sur les images (a) et (b) de cette figure, on voit que le filament rigide a un mouvement de rotation autour d'une de ses extrémités l'autre étant bloquée près du point de stagnation. Ces situations sont indiquées par une flèche rouge sur la Figure 5.5. L'image (c) montre le cas d'un filament souple qui reste piégé après un flambage ce qui illustre le fait qu'il ne suffit pas de flamber pour sortir.

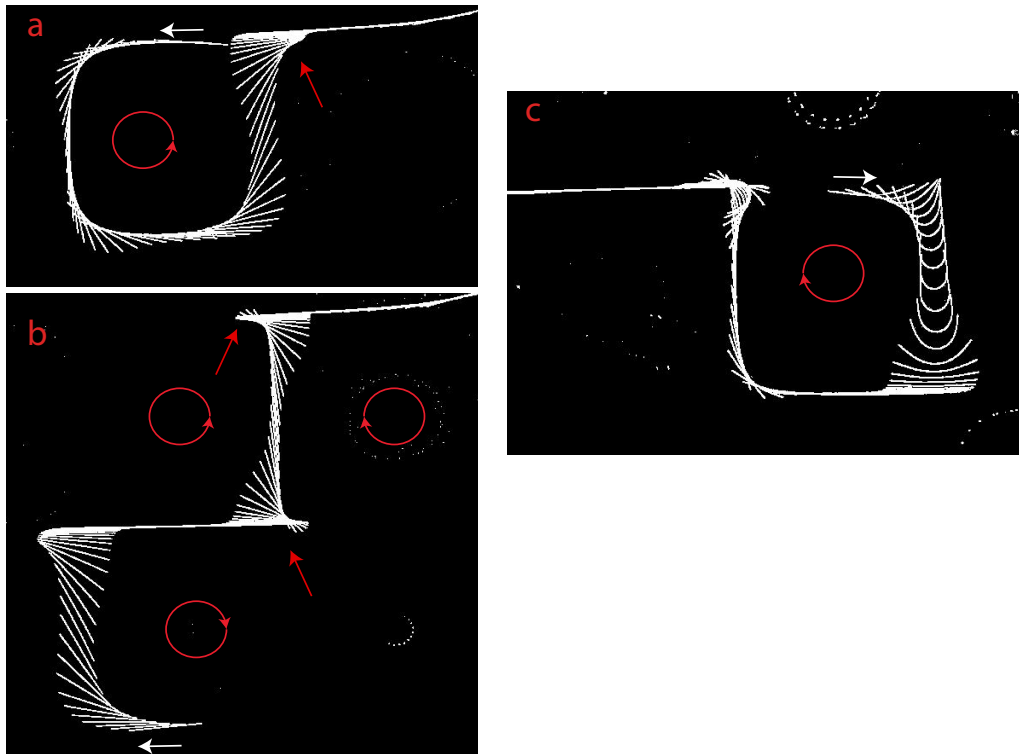


FIGURE 5.5 Exemples de dépiégeage : Superposition des formes d'un filament rigide, $Sp = 23$ (a et b) et d'un filament souple ($Sp = 1040$) (c) (le début et le sens de la trajectoire sont indiqués par une flèche blanche).

5.2.2 Influence de Sp

Young *et al.* [61] ont montré que la dynamique de transport d'un filament dans un réseau comme le nôtre est très dépendante du nombre élasto-visqueux. La Figure 5.6 issue de [61] représente le déplacement quadratique moyen en fonction du temps pour différentes valeurs de nombre élasto-visqueux noté η . Sur cette figure, on note une dépendance non triviale du déplacement quadratique moyen avec η . Les auteurs ont montré qu'un filament élastique dans un écoulement cellulaire présente le même comportement qu'un marcheur aléatoire ($d^2 = Dt$) où le coefficient de diffusion D croît avec le nombre élasto-visqueux jusqu'à une valeur de η de 8000 puis décroît jusqu'à s'annuler.

Dans cet esprit, nous nous sommes intéressés à l'effet du nombre élasto-visqueux sur le dépiégeage. Pour cela nous avons déterminé les distributions de dépiégeage pour différentes gammes de Sp . Ces distributions sont représentées sur la Figure 5.7. On observe tout d'abord que des événements de dépiégeage ont lieu quelle que soit la gamme de Sp considérée que ce

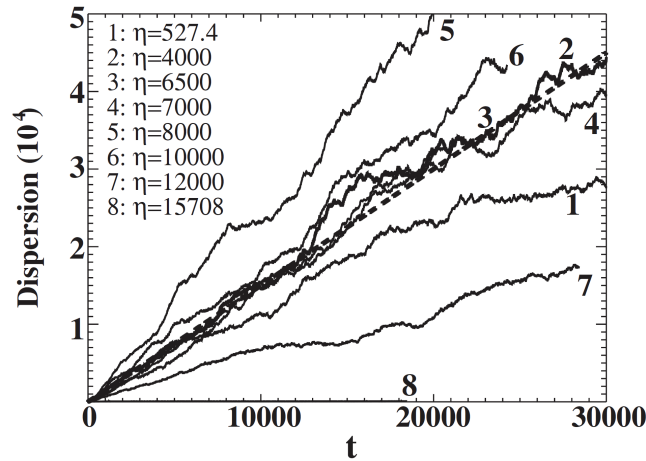


FIGURE 5.6 Dispersion du filament en fonction du temps pour $\alpha = 1/\pi$ et différentes valeurs de η . La ligne en pointillés correspond à la dispersion d'un marcheur aléatoire $d^2(t) = 4Dt^2$ avec comme coefficient D la valeur estimée pour $\eta = 4000$ [61].

soit pour les simulations et les expériences. Dans les simulations on remarque que les filaments les plus rigides ($Sp < 150$) et les plus souples ($2000 < Sp \leq 4000$) restent piégés alors que les filaments ayant des valeurs de Sp intermédiaires s'échappent, en accord avec l'étude de Young *et al.* [61]. Pour les expériences, en revanche, les filaments qui se dépiègent le plus fréquemment correspondent aux filaments les plus rigides ($Sp < 150$) et les plus souples ($2000 < Sp \leq 4000$). Cette différence de distribution entre les expériences et les simulations pourrait s'expliquer par la différence de leurs distributions de b (cf. Figure 4.3).

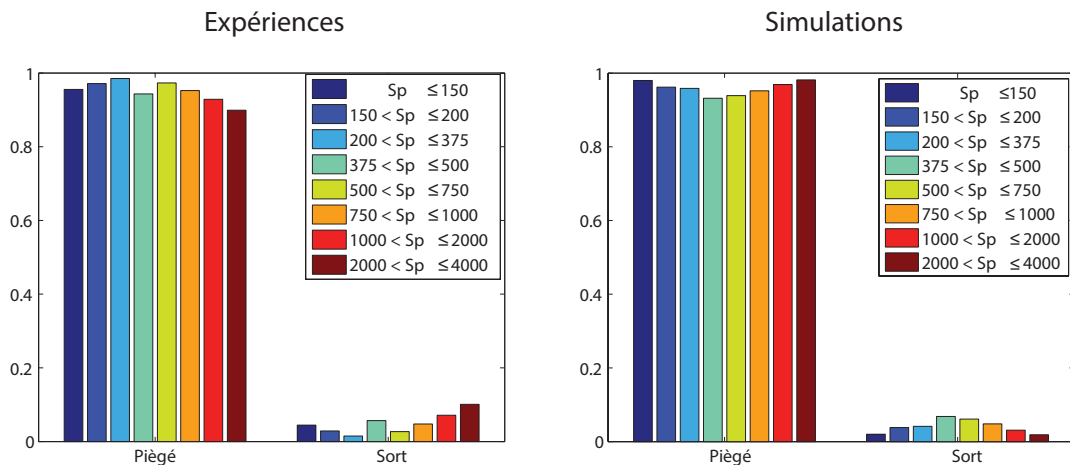


FIGURE 5.7 Distributions des séries de quatre trajectoires mettant en évidence le dépiégeage ou non en fonction de Sp pour les expériences et les simulations numériques.

Une analyse plus fine consiste à mesurer l'évolution de b entre le début et la fin de la série de quatre trajectoires afin de quantifier si le filament s'approche de l'axe ou si au contraire il s'en éloigne. Pour cela nous avons calculé la différence Δb entre les valeurs de b à l'entrée de la

première trajectoire et à la sortie de la dernière des quatre trajectoires pour celles où le filament reste piégé :

$$\Delta b = b(i + 4) - b(i) \quad \text{pour} \quad \Delta R = 0, \quad (5.2)$$

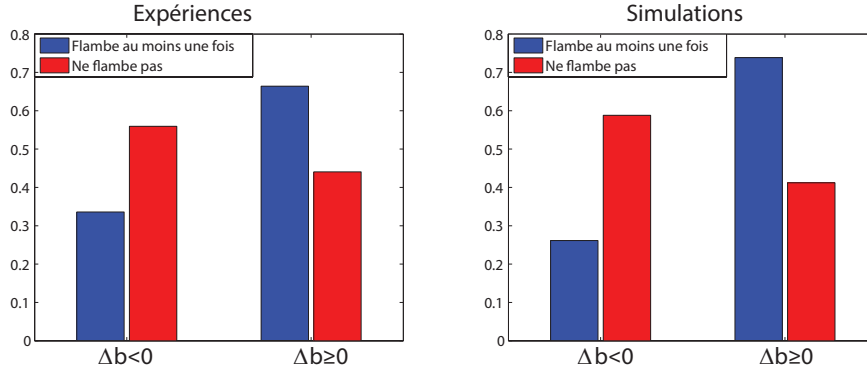


FIGURE 5.8 Répartition des séries de quatre trajectoires entre celles où le filaments ($\Delta b < 0$) et celles où il s'éloigne ($\Delta b \geq 0$) du centre de la cellule pour ceux qui flambent (bleu) et ceux qui ne flambent pas (rouge).

Sur la Figure 5.8 nous avons représenté les distributions de Δb en séparant les séries de trajectoires avec (bleu) ou sans (rouge) flambage. Avec cette définition une valeur de $\Delta b < 0$ correspond à un filament qui se rapproche du centre de la cellule alors qu'une valeur de $\Delta b > 0$ correspond à un filament qui s'en éloigne.

Sur ces distributions on note que le flambage a tendance à déplacer le filament vers l'extérieur de la cellule ($\Delta b > 0$), ce qui va dans le même sens que les résultats de la Figure 5.4 : le flambage aide au dépiégeage.

5.3 Dynamique de dépiégeage aux temps longs : Simulations numériques

Dans cette section nous allons présenter l'analyse des mécanismes de sortie réalisée à partir des simulations numériques pour des temps relativement longs¹⁰. Nous allons, dans un premier temps, étudier la dynamique de sortie en fonction des paramètres b et Sp . Puis nous nous intéresserons à l'influence de la longueur du filament sur le dépiégeage.

5.3.1 Influence de Sp et b

Nous avons réalisé des simulations numériques d'environ 270 trajectoires pour différentes valeurs de Sp et b_0 initiales. La longueur du filament est ici fixée à $L = 1.15$ (soit $\frac{L}{W} = 0.36$). Pour ces simulations nous avons analysé en fonction de ces paramètres si un filament se piège ou non. Dans ce dernier cas nous avons étudié l'évolution de b . Sur la figure 5.9 nous avons indiqué, si pour une simulation donnée le filament se dépiège par un ●. Dans les cas où le filament reste piégé nous avons indiqué si le filament se dirige vers le centre de la cellule par un ▼ ou vers l'extérieur de la cellule par un ▲. Dans ce cas, on peut supposer que le filament finirait par sortir si l'analyse était faite sur des temps plus longs.

¹⁰plus longs que pour l'étude du flambage mais moins que chez Young *et al.* dans [61]

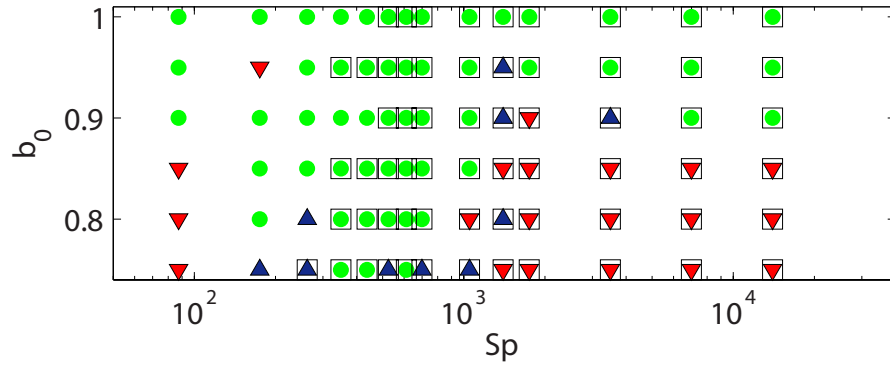


FIGURE 5.9 Représentation du dépiégeage des simulations pour $\frac{L}{W} = 0.36$ dans le plan (b_0, Sp) . ● indique si le filament se dépiège. Lorsque qu'il ne se dépiège pas un ▼ indique qu'il se dirige vers le centre de la cellule et un ▲ indique qu'il se dirige vers l'extérieur. Un □ indique si au moins un évènement de flambage a eu lieu avant la sortie si le filament se dépiège ou durant toute la simulation s'il reste piégé.

Sur cette figure nous pouvons noter que les filaments qui se dépiègent se situent dans des zones relativement bien définies dans le plan (b_0, Sp) . Commençons par commenter le comportement des simulations en fonction de b . On note que pour des valeurs $b \geq 0.95$ le filament se dépiège quelle que soit la valeur de Sp . En revanche pour des valeurs de $b < 0.95$ le dépiégeage dépend de la valeur de Sp . Pour des faibles valeurs de Sp , ($Sp < 100$) le filament reste piégé et se dirige vers le centre de la cellule durant le temps d'observation, il en est de même pour les valeurs de Sp élevées ($Sp > 1050$), alors que pour les valeurs de Sp intermédiaires ($175 \leq Sp \leq 1000$) les filaments se dépiègent. À la frontière de ces différentes zones, on note que pour certaines simulations le filament ne se dépiège pas mais s'éloigne du centre de la cellule. Pour ces cas là on peut faire l'hypothèse que si on l'observe sur des temps plus longs il finira par se dépiéger.

Ces observations sont en accord qualitatif avec celles faites par Young *et al.* [61] (cf. Figure 5.10) pour des $b < 0.95$. Cependant les valeurs de Sp de [61] qui limitent les différentes zones sont différentes de celles obtenues par notre analyse, ce qui ne permet donc pas de conclure à un accord quantitatif, cependant, dans [61], ni la valeur de b_0 , ni le nombre de trajectoires étudiées ne sont indiquées ce qui rend la comparaison mal aisée.

Afin d'étudier le lien entre le flambage et le dépiégeage nous avons indiqué sur la Figure 5.9 par un □ les simulations pour lesquelles au moins un évènement de flambage a lieu avant la sortie, si le filament se dépiège, ou durant toute la simulation si le filament reste piégé. Sur cette figure on constate que certaines simulations à $Sp > Sp^*$ ne flambent pas avant de se dépiéger. Certains filaments à $Sp < Sp^*$ ne se dépiègent aussi.

Ces observations mettent en évidence l'existence de différents mécanismes à l'origine du dépiégeage du filament. Le premier est lié à un effet de taille finie puisque certains filaments se dépiègent sans flamber, ce que ne ferait pas un objet ponctuel. Nous reviendrons sur ce mécanisme dans la section suivante en étudiant l'effet de la longueur. Le deuxième est lié à la déformation de la fibre. La différence de comportement pour les $b < 0.95$ entre les filaments très flexibles ($Sp > 1000$) et ceux qui le sont moins peut probablement s'expliquer par le fait que le flambage de la fibre lui permet de « sonder » plusieurs lignes de courant favorisant ainsi son transport alors qu'on peut supposer qu'une flexibilité plus grande conduirait le filament à s'aligner sur une ligne de courant et le maintiendrait ainsi dans la même cellule.

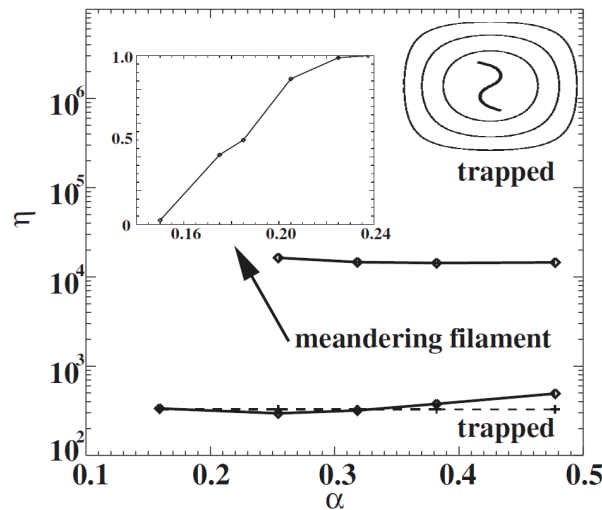


FIGURE 5.10 Diagramme de phase de la dynamique d'un filament élastique dans un écoulement cellulaire. L'insert en haut à gauche montre la probabilité de piégeage d'un filament pour $\alpha = \frac{1}{\pi}$ (α correspond à $\frac{L}{W}$) [61].

5.3.2 Influence de L

Dans la partie précédente nous avons décrit deux paramètres influant la dynamique de dépiégeage du filament : le nombre Sp et la distance b . À présent nous allons nous intéresser à l'influence de la longueur du filament. Pour cela nous avons réalisé de nouvelles simulations en faisant varier en plus de b_0 et Sp la longueur du filament pour une gamme de rapport $\frac{L}{W}$ allant de 0.03 à 0.73 avec toujours 270 trajectoires. Nous avons représenté sur la Figure 5.11 ces simulations dans le plan (b_0, Sp) en indiquant comme dans la Figure 5.9 si le filament se dépiege, s'il ne sort pas, la direction dans laquelle il se déplace et enfin si le filament flambe ou pas.

Avant de rentrer dans la description détaillée des différentes cartes de la Figure 5.11, nous pouvons tout d'abord constater l'influence du rapport $\frac{L}{W}$: on observe que quelle que soit la valeur de $\frac{L}{W}$ on retrouve qu'au dessus d'une certaine valeur b_0^* le filament sort quel que soit Sp comme dans la Figure 5.9 ; cette valeur diminue avec $\frac{L}{W}$. Elle passe de 0.95 pour $\frac{L}{W} = 0.03$ à 0.85 pour $\frac{L}{W} = 0.73$.

Pour $b_0 < b_0^*$, le dépiégeage dépend de Sp comme déjà observé sur la Figure 5.9. Cette zone est divisée en deux ou trois parties présentant des comportements de (dé)piégeage différents :

- Pour $\frac{L}{W} = 0.03$, la zone en-dessous de b_0^* est divisée en deux parties. Dans la première ($Sp < 1050$), les filaments restent piégés et s'enfoncent vers le centre de la cellule. Dans cette zone les filaments ne flambent pas. En revanche pour $Sp > 1050$, les filaments restent piégés mais se dirigent en majorité vers l'extérieur de la cellule. Dans cette zone les filaments flambent.
- Pour $\frac{L}{W} = 0.18$ et 0.3 , la zone en-dessous de b_0^* est divisée en trois parties séparées par des lignes en pointillés et en tirets sur la Figure 5.11. Dans la première, qui correspond aux petites valeurs de Sp , les filaments restent piégés et s'enfoncent vers le centre de la cellule et ne flambent pas. Pour la partie correspondant aux Sp intermédiaires, les filaments sortent ou s'éloignent du centre de la cellule et flambent. Pour la partie correspondant aux grandes valeurs de Sp la plupart des filaments restent piégés et flambent.

- Pour $\frac{L}{W} = 0.35, 0.42$ et 0.73 la zone en-dessous de b_0^* est divisée en seulement deux parties. Pour les Sp petits, les filaments se dépiègent sauf pour quelques exceptions. Pour les grands Sp , tous les filaments se piègent et flambent.

La dynamique de dépiégeage dépend donc fortement de $\frac{L}{W}$. Pour résumer, dans les cartes de la Figure 5.11, on observe une zone définie par $b_0 > b_0^*$ (filaments proches de l'axe) dans laquelle le filament sort quel que soit Sp . Pour $b_0 < b_0^*$ il y a trois zones (piégeage/dépiégeage/piégeage quand Sp croît) dont les frontières en Sp se décalent vers les petits Sp quand $\frac{L}{W}$ augmente.

Sur la Figure 5.11, on peut voir qu'à grand $\frac{L}{W}$ aucune situation où le filament s'éloigne de centre de la cellule (▲) n'est observée. En d'autres termes, au bout de 270 trajectoires, les filaments sont soit sortis soit piégés et se rapprochent du centre. Pour $\frac{L}{W}$ plus petit, il existe des situations où le filament se dirige vers l'extérieur sans sortir en 270 trajectoires. Ce résultat peut être interprété comme la signature d'une dynamique plus lente pour les petits $\frac{L}{W}$.

Nous avons essayé de réaliser la même analyse avec les résultats expérimentaux. La limitation spatiale et temporelle de notre dispositif expérimental conduit à un nombre variable de trajectoires pour une expérience. Par ailleurs, il est difficile d'imposer expérimentalement la valeur du paramètre b_0 . Pour les expériences, nous nous sommes donc contentés de donner les grandes tendances du dépiégeage en indiquant si le filament se dépiège ou pas pour trois gammes de $\frac{L}{W}$.

Sur la Figure 5.12, on observe que pour les expériences dont $\frac{L}{W} > 0.43$, presque tous les filaments se dépiègent. Pour $0.3 < \frac{L}{W} \leq 0.43$, la plupart des filaments se dépiègent et ceux qui restent piégés correspondent pour la plupart à des faibles valeurs de Sp . Cependant certains filaments se dépiègent même pour les plus faibles valeurs de Sp . Enfin pour $\frac{L}{W} \leq 0.3$ on observe aussi que la majorité des filaments s'échappent et que ceux qui ne s'échappent pas correspondent à de faibles valeurs de Sp . Pour cette valeur de $\frac{L}{W}$ la faible quantité de points illustre la dynamique lente des filaments les plus courts. Les filaments les plus courts ont besoin de parcourir un grand nombre de trajectoires avant de s'échapper, ainsi pour un nombre de trajectoires équivalent on a dû réaliser beaucoup plus d'expériences pour les filaments longs qui se dépiègent rapidement et donc sortent aussi rapidement de la zone d'observation des expériences.

Comme pour la première analyse de ce chapitre, la différence entre les expériences et les simulations est probablement due aux imperfections de l'expérience et en particulier à l'extension radiale de la fibre.

5.4 Transport aux temps longs : Limitations expérimentales

Dans les sections précédentes nous avons mis en évidence que le flambage aide au dépiégeage des filaments. Nous avons aussi montré que le dépiégeage dépend fortement de la valeur de b_0 et donc de son évolution. Il nous a donc paru nécessaire d'analyser la dynamique du filament aux temps longs.

Pour faire des observations aux temps longs, nous avons construit une nouvelle cuve, de mêmes dimensions que la précédente mais avec des aimants de diamètre trois fois plus petit ($\varnothing=1$ cm). Ce nouveau dispositif génère ainsi un écoulement cellulaire composé de 12×15 cellules, dont les lignes de courant sont représentées sur la Figure 5.13. On note sur cette figure que l'écoulement présente quelques défauts. Ces défauts sont sans doute dus à un mauvais positionnement des aimants malgré toutes nos précautions.

Afin de conserver la même gamme de valeurs pour $\frac{L}{W}$ et Sp que ceux obtenus avec le dispositif expérimental précédent il faut diviser par 3 les longueurs typiques des filaments utilisés.

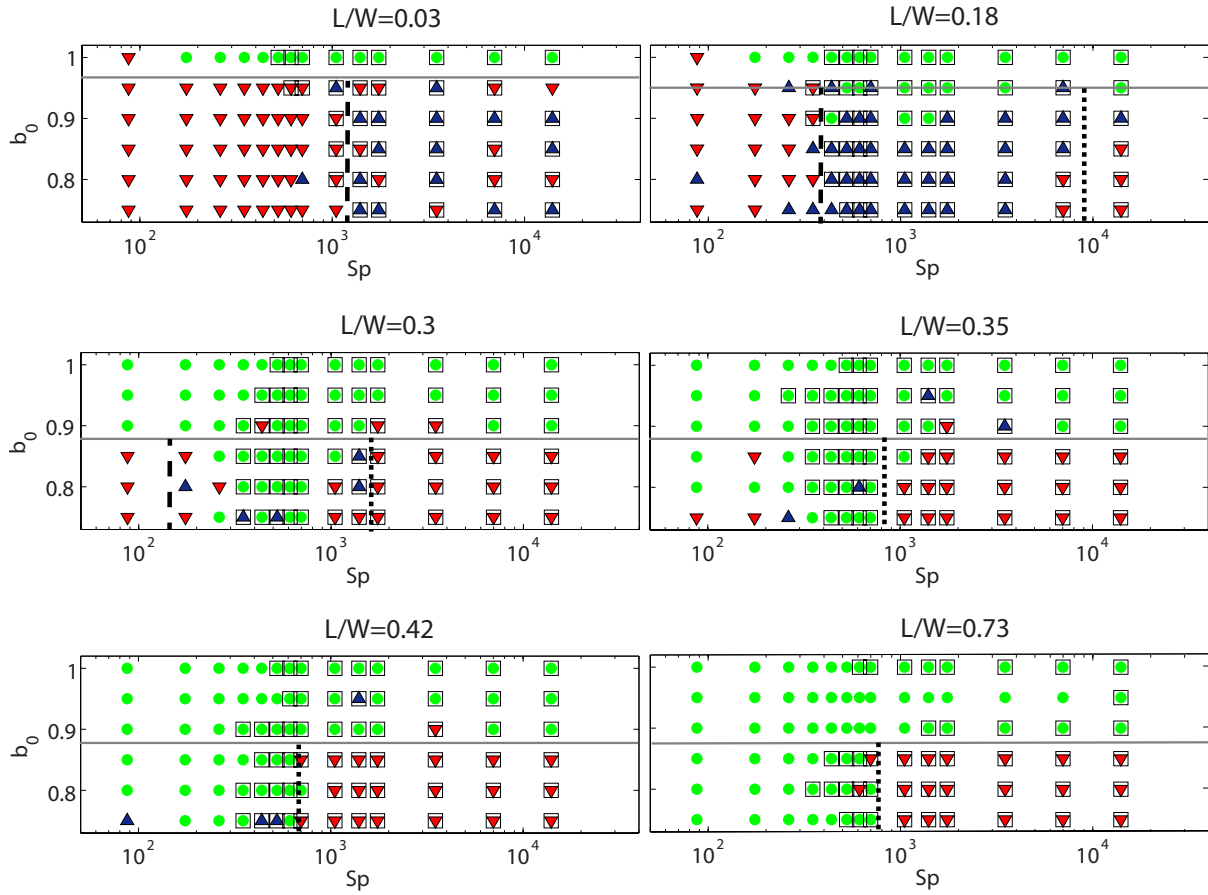


FIGURE 5.11 Représentation du dépiégeage des simulations (270 trajectoires) pour différentes valeurs de $\frac{L}{W}$ dans le plan (b_0, Sp) . ● indique si le filament se dépiege. Lorsque qu'il ne se dépiege pas un ▼ indique qu'il se dirige vers le centre de la cellule et un ▲ indique qu'il se dirige vers l'extérieur. Un □ indique si au moins un évènement de flambage a eu lieu avant la sortie si le filament se dépiege ou durant toute la simulation s'il reste piégé. La ligne horizontale indique b_0^* .

Pour rester dans la même gamme de Sp , il faut tenir compte de la dépendance en L^4 de Sp . Ainsi, il faudrait augmenter la viscosité ou la vitesse d'un facteur 81 (3^4) ou diminuer le module de Young par ce même facteur ou bien diminuer le rayon d'un facteur 3. La viscosité ne peut pas être augmentée suffisamment. La vitesse n'est pas non plus un bon paramètre puisqu'elle contrôle en même temps le nombre de Reynolds. Pour jouer sur le module de Young nous avons tenté de fabriquer des filaments en alginate en utilisant une méthode de flow-focusing [82] mais les filaments ainsi fabriqués ne sont pas stables dans notre écoulement. Enfin pour le rayon, la technique habituellement utilisée ne permet pas d'atteindre des rayons de l'ordre de la dizaine de microns, à cause de la phase d'extrusion non applicable à des diamètres aussi petits.

Une collaboration avec l'équipe d'Alfred Crosby de l'Université d'Amherst m'a permis de

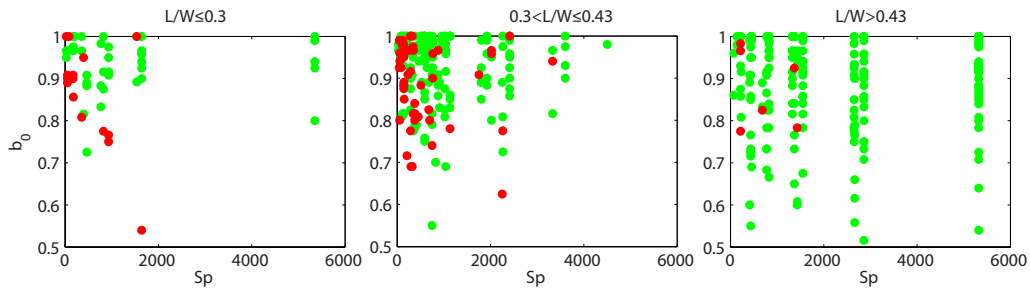


FIGURE 5.12 Représentation du dépiaçage des expériences pour trois gammes de $\frac{L}{W}$ dans le plan (b_0, Sp) . ● indique si le filament se dépiaçe au cours d’une expériences, et un ● indique qu’il reste piégé.

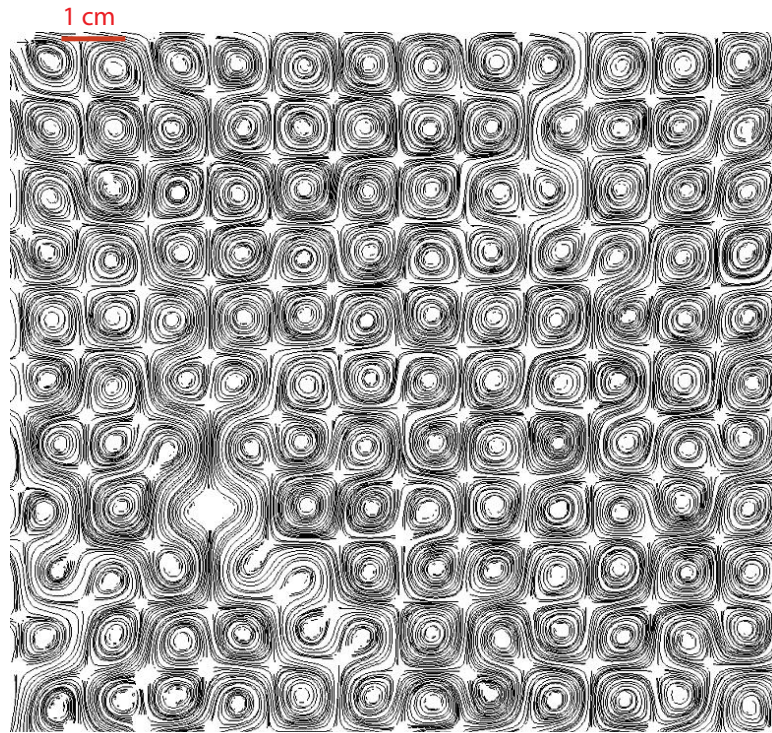


FIGURE 5.13 Lignes de courant de l’écoulement cellulaire : $W = 1$ cm

tester une autre technique de fabrication de filaments [83] permettant de diminuer de façon importante son rayon (cf. Figure 5.14), décrite dans l’Annexe E. Ces filaments se sont malheureusement avérés instable dans notre écoulement : ils se dissolvent au bout de quelques minutes au contact de ce dernier.

Nous avons aussi cherché à immerger totalement le filament pour augmenter l’intensité des forces de compression visqueuse agissant sur lui. Pour cela nous avons d’abord stratifié l’écoulement. Cette tentative n’a pas fonctionné d’une part parce que le filament avait dans cette situation la possibilité de flamber dans la direction verticale et d’autre part parce qu’il ne restait pas sur un même plan horizontal. Une deuxième piste a été d’augmenter son angle de contact en le rendant hydrophile grâce à un traitement de surface (silanisation du matériau). Cependant le filament ne restait que quelques minutes totalement immergé ce qui n’est pas

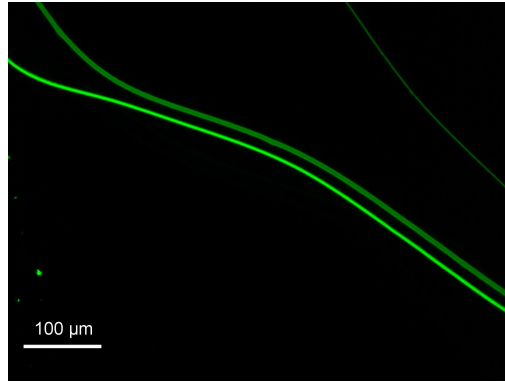


FIGURE 5.14 Nano-fibre fluorescente observée au microscope, $r \approx 10 \mu m$

assez long pour faire des expériences intéressantes.

Étant données ces limitations expérimentales, nous n'avons donc pas pu étudier le transport aux temps longs pour des filaments souples avec ce dispositif expérimental. Il nous a cependant permis l'observation de la dynamique de transport de filaments élastiques rigides en fonction de la taille du filament. Sur la Figure 5.15 nous avons représenté les trajectoires de filaments rigides de longueurs différentes. On note à nouveau une très forte dépendance du transport avec la longueur du filament. Les filaments très courts ($\frac{L}{W} = 0.2$) ont tendance à s'enfoncer vers le centre des cellules alors que les filaments plus longs ($\frac{L}{W} = 1$) ont tendance à être transportés à travers le réseau.

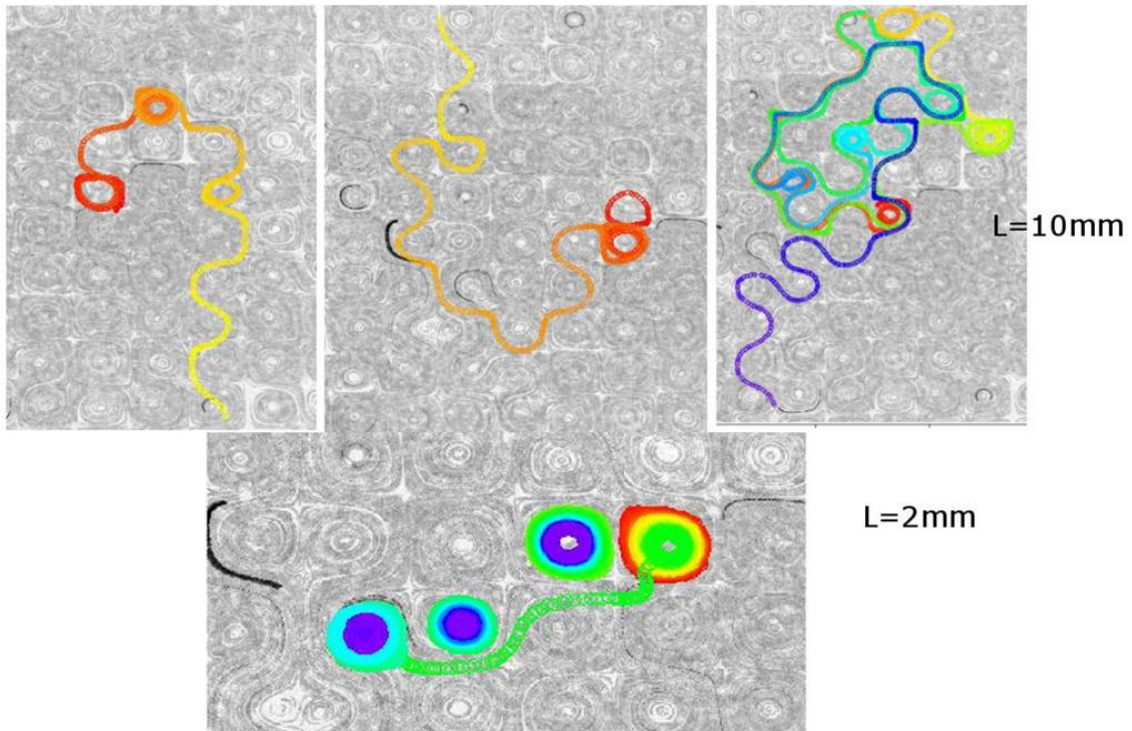


FIGURE 5.15 Trajectoires de filaments rigides. Les trois trajectoires du haut correspondent à $\frac{L}{W} = 1$, les trois du bas qui sont superposées correspondent à $\frac{L}{W} = 0.2$. La couleur code le temps (du rouge au violet).

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons pu mettre en évidence l'influence du flambage sur la dynamique de dépiégeage d'un filament. Nous avons montré à la fois pour les expériences et les simulations que le flambage aide au dépiégeage d'une cellule, en particulier en favorisant un déplacement du filament vers l'extérieur de la cellule. Les observations expérimentales nous ont permis de montrer l'influence de la distance à l'axe du filament b et des effets de taille finie du filament. Nous avons aussi montré que même un filament rigide peut se dépiéger. Malheureusement les limitations expérimentales ne nous ont pas permis d'étudier la dynamique de transport aux temps longs. Nous avons donc étudié l'influence des paramètres Sp , b et L grâce à l'analyse des simulations numériques et mis en évidence le couplage de ces trois paramètres. L'évolution temporelle du paramètre b étant complexe, nous avons seulement analysé les éléments qui favorisent la dynamique de dépiégeage. La compréhension de cette dynamique reste encore ouverte à l'issue de cette thèse. Il serait en particulier intéressant de corrélérer précisément en fonction de b et Sp la fréquence des événements de flambage au dépiégeage de la fibre et d'étudier l'influence de l'angle θ formé par le filament et l'axe de compression. Il serait aussi très intéressant d'étudier les mécanismes de repiégeage. Les repiégeages de filaments sont observés aussi bien pour les expériences (*cf.* Figure 5.16) que pour les simulations. La compréhension des mécanismes liés à ces événements en parallèle de ceux liés au dépiégeage permettrait une description plus approfondie de ces deux dynamiques complémentaires.

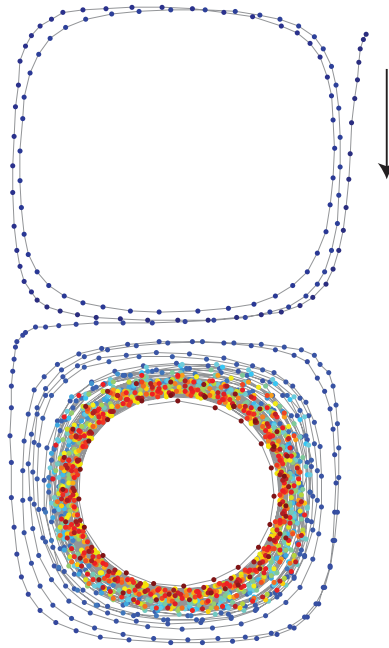


FIGURE 5.16 Trajectoire d'un filament expérimental qui se piège : $Sp = 1800$, $\frac{L}{W} = 0.4$. La flèche indique le début de la trajectoire. La couleur code le temps (du bleu au rouge).

En résumé

- La dynamique de transport d'un filament élastique dans un réseau de points de stagnation est gouvernée par plusieurs paramètres.
 - Le flambage favorise le transport à travers le réseau.
 - Pour un rapport $\frac{L}{W}$ donné le couple de paramètres (Sp, b_0) détermine la possibilité pour un filament de se dépiéger.
 - Les filaments rigides se dépiègent ce qui peut être attribué à des effets de taille finie.
 - L'augmentation du rapport $\frac{L}{W}$ semble accélérer la dynamique de dépiégeage.



Conclusion

Conclusion

Cette thèse porte sur l'étude de la déformation et du transport de filaments élastiques. Nous nous sommes intéressés au cas particulier d'un filament évoluant librement à la surface d'un écoulement cellulaire caractérisé par un taux de compression élevé et des lignes de courant fermées. Ces deux propriétés de l'écoulement nous ont permis de mettre en évidence et de caractériser l'instabilité de flambage du filament et d'étudier l'influence de la déformation et de la longueur de la fibre sur ses propriétés de transport.

Pour cela, nous avons développé un dispositif expérimental macroscopique simple, constitué d'un filament élastique et d'un écoulement formé d'un réseau de points de stagnation. Avec ce dispositif, nous avons pu étudier le flambage et le transport en fonction de différents paramètres liés à l'écoulement (sa vitesse et sa viscosité) et au filament (sa longueur, son rayon et son module élastique). Nous avons construit une courbe de probabilité de flambage sur une large gamme de nombre élasto-visqueux Sp , qui compare l'intensité des forces de compression visqueuse qui déforment le filament et des forces élastiques qui le maintiennent droit. Nous avons aussi montré que l'instabilité de flambage du filament est contrôlée par ce nombre Sp . La probabilité croît lentement au dessus d'une valeur de Sp donnée, en bon accord avec les résultats de l'analyse de stabilité linéaire réalisée par Michael Shelley. L'accès à une large gamme de nombre élasto-visqueux (Sp varie de 25 à 10000) nous a par ailleurs permis d'observer différents modes de flambage, en accord avec les résultats de l'analyse de stabilité linéaire. La probabilité de flambage n'atteint pas 1 même pour des valeurs de Sp élevées. Pour comprendre cette observation, nous avons étudié la dynamique du filament sur le flambage à la fois dans les expériences et dans des simulations numériques réalisées en collaboration avec Michael Shelley. À partir de ces résultats, nous avons mis en évidence une forte influence de la dynamique sur la probabilité de flambage, ce qui nous a permis de comprendre pourquoi cette probabilité n'atteint pas 1 pour des valeurs de Sp élevées.

Pour étudier le transport du filament à travers le réseau nous nous sommes intéressés à l'étape élémentaire constituée par la sortie d'une cellule à la fois dans les expériences et les simulations. Nous avons ainsi montré que le flambage du filament aide à son dépiégeage. Cependant ce mécanisme de sortie n'est pas le seul que nous avons observé et des effets de taille finie semblent être responsables de la sortie des filaments rigides. Une étude plus fine en fonction de la flexibilité du filament a montré plusieurs régimes successifs quand Sp croît : piégeage à petits et grands Sp et dépiégeage aux Sp intermédiaires. La longueur du filament a un effet fort sur les frontières entre ces régimes. Pour des paramètres autorisant le dépiégeage, la dynamique de sortie est d'autant plus lente que le filament est petit.

Pendant cette thèse j'ai interagi étroitement avec Michael Shelley. Le projet expérimental au laboratoire avait commencé, avant mon arrivée, suite à un séminaire qu'il avait donné au laboratoire. Après l'obtention de mes premiers résultats la collaboration s'est concrétisée par l'écriture d'un code Matlab par Michael Shelley autour de l'idée de traiter les données des simulations exactement comme les données expérimentales. Nous avons ainsi pu effectuer des aller-retours entre simulations et expériences. Cette approche nous a permis d'élucider les liens complexes entre la dynamique du filament, ses déformations et son transport.

Les perspectives qui s'offrent à l'issue de cette thèse sont nombreuses, voici quelques exemples :

- La première est liée à la dynamique du filament, en particulier la relation non triviale entre les paramètres b , θ et A (forme en sigmoïde de la [Figure 4.14](#)) qui reste à être comprise.
- En ce qui concerne le transport, dans cette première étude nous avons mis en évidence les mécanismes de transport élémentaire (changement de cellules). Cette étude sur le transport reste donc à être poursuivie.
- Une autre perspective liée à ce travail de thèse est l'étude de l'interaction de deux ou plusieurs filaments dans l'écoulement cellulaire et celle d'objets élastiques de différentes formes, par exemple des anneaux.
- Et enfin, il serait très intéressant de réduire les échelles de l'expérience en utilisant les différentes techniques de microfabrication disponibles au laboratoire comme la photolithographie. Ce changement d'échelle pourrait ainsi permettre de lier la dynamique microscopique des objets élastiques aux propriétés macroscopique du fluide qui les contient.



Annexes

Annexe A

Rhéologie

Pour la caractérisation du dispositif expérimental nous avons réalisé des mesures de rhéologie grâce à un rhéomètre d'une part pour mesurer la viscosité η des électrolytes utilisés et d'autre part pour mesurer le module élastique γ des filaments.

A.1 Viscosité

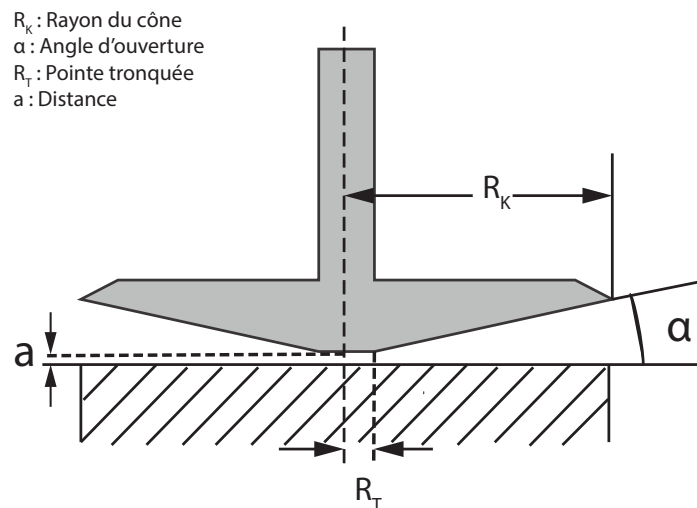


FIGURE A.1 Schéma de la géométrie cône-plan du rhéomètre.

Pour mesurer la viscosité des électrolytes nous avons utilisé un rhéomètre avec une géométrie cône-plan (cf. Figure A.1) qui a l'avantage de présenter un taux de cisaillement constant. Pour réaliser les mesures de viscosité nous avons utilisé un cône tronqué à son extrémité afin d'éviter qu'il ne touche le support. Le gap de l'entrefer est choisi de telle manière à ce que la pointe virtuelle du cône se trouve sur le support. La contrainte σ étant liée au taux de

cisaillement $\dot{\gamma}$ par la loi de Newton :

$$\sigma = \eta \dot{\gamma} , \quad (\text{A.1})$$

Ainsi pour accéder à la valeur de la viscosité nous pouvons soit imposer la contrainte (c'est-à-dire le couple M) soit la vitesse de rotation et mesurer la quantité conjuguée. De plus dans cette géométrie le taux de cisaillement est donné par :

$$\dot{\gamma} = \frac{\Omega}{\alpha} , \quad (\text{A.2})$$

où Ω est la vitesse angulaire du cône. Et le couple M est relié à la vitesse angulaire par :

$$M = \frac{2\pi}{3\alpha} \eta R_K^3 \Omega , \quad (\text{A.3})$$

Ainsi en imposant le couple M et en mesurant la vitesse de rotation Ω nous en déduisons la valeur de la viscosité η avec :

$$\eta = \frac{3\alpha}{2\pi} \frac{M}{R_K^3 \Omega} , \quad (\text{A.4})$$

Dans le cas des fluides newtoniens la viscosité est indépendante du taux de cisaillement.

A.2 Module élastique : Υ

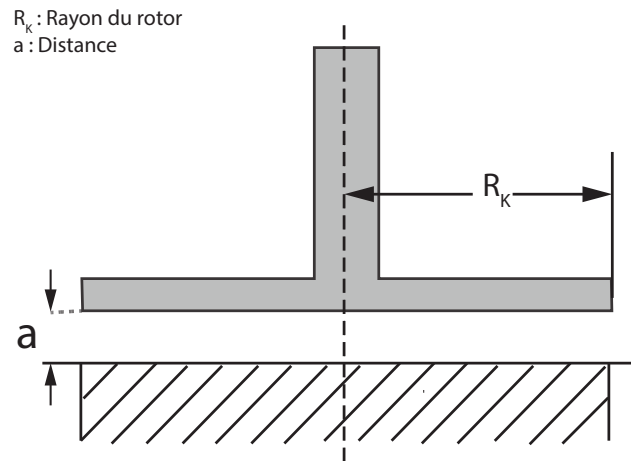


FIGURE A.2 Schéma de la géométrie plan-plan du rhéomètre.

Pour déterminer la valeur du module de Young Υ des filaments nous réalisons des mesures en cisaillement alternatif des modules de conservations G' , et de perte G'' , qui correspondent respectivement aux réponses en phase et en opposition de phase du matériau. Nous

réalisons ces mesures sur une large gamme de fréquence afin de sonder d'éventuels comportements visco-élastiques de l'élastomère. Nous imposons ainsi des oscillations à contrainte fixe, ce qui correspond à faire osciller le rotor en imposant un couple sinusoïdale avec une amplitude constante. L'amplitude de la contrainte est choisie suffisamment petite pour rester dans un régime linéaire de déformation et suffisamment élevée afin que l'amplitude des déformations ϵ soit mesurable. ϵ est relié à l'angle ϕ de rotation du rotor par la relation : $\epsilon = R_k \phi / a$.

Pour ces mesures nous avons utilisé un rhéomètre avec une géométrie plan-plan avec un rotor de rayon $R_k = 1$ cm et un gap $a = 0,5$ mm.

Pour imposer la contrainte, le rhéomètre impose en réalité un couple M . Le lien entre le couple M et la contrainte σ dans cette géométrie est donné par la relation :

$$\sigma = \frac{2M}{\pi R_k^3} , \quad (\text{A.5})$$

Le rhéomètre mesure pour chaque valeur de fréquence f la déformation angulaire ϕ et le déphasage δ entre la contrainte imposée et la déformation mesurée pour en déduire les modules de conservation et de perte :

$$G' = \frac{2eM}{\pi R_k^4 \phi(f)} \cos \delta(f) , \quad (\text{A.6})$$

$$G'' = \frac{2eM}{\pi R_k^4 \phi(f)} \sin \delta(f) , \quad (\text{A.7})$$

La relation entre le module de conservation G' et le module de Young Y s'écrit :

$$G' = \frac{Y}{2(1 + \nu)} , \quad (\text{A.8})$$

où ν est le module de Poisson du matériau. Pour les matériaux incompressibles, comme les élastomères, ce module vaut $\frac{1}{2}$ [75]. L'Équation A.8 se simplifie en

$$Y = 3G' . \quad (\text{A.9})$$

Annexe *B*

Méthode du cantilever

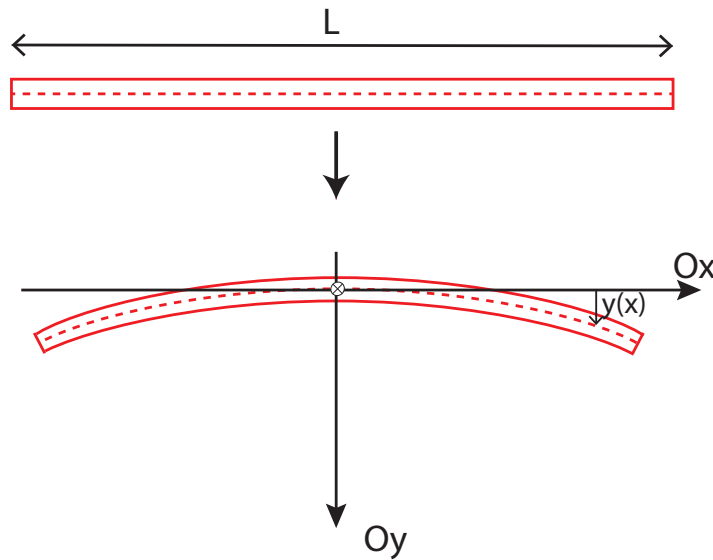


FIGURE B.1 Flexion faible d'une poutre encastrée : notation.

Dans le [chapitre 2](#), nous avons déterminé le module élastique de filaments en les faisant fléchir sous leur propre poids. En effet, il est possible d'utiliser la forme adoptée par le filament soumis à son propre poids pour déterminer son module de Young. Dans cette annexe nous allons établir la relation permettant de relier la forme du filament à son module élastique Y dans le cadre des petites déformations. Pour cela, on considère le cas général d'une poutre élastique circulaire de longueur L et de diamètre d , encastrée en $x = 0$ et de moment d'inertie par rapport à Oz , I_z , la direction d'encastrement étant selon l'axe Ox (cf. [Figure B.1](#)). La poutre est libre à son extrémité, mais fléchit sous son propre poids. À l'équilibre, le moment fléchissant \vec{M}_f de la poutre est égal à la composante selon z du moment des forces extérieures appliquées à la poutre pour fléchir. On appelle M_z , la composante selon z du moment extérieur \vec{M} . On a

$$M_z \vec{e}_z = \vec{M}_f, \quad (\text{B.1})$$

d'où l'équation d'équilibre des moments :

$$M_z = Y I_z \frac{d^2 y}{dx^2}, \quad (\text{B.2})$$

\vec{M} est le moment de la force extérieure \vec{F} appliquée à la poutre selon la direction Oy , soit dans ce cas le poids de la poutre. Considérons une section de la poutre d'abscisse x . Le poids F_y appliqué sur cette section pour fléchir correspond à la force appliquée par la portion de poutre d'abscisse supérieure à x . À la hauteur $(y - y_0)$, la poutre est allongée de $dx \vec{e}_x$. Le moment élémentaire $d\vec{M}$ du poids \vec{F} est

$$d\vec{M} = dx \vec{e}_x \wedge \vec{F}, \quad (\text{B.3})$$

Soit

$$dM_z = F_y dx, \quad (\text{B.4})$$

D'où

$$F_y = \frac{dM_z}{dx}, \quad (\text{B.5})$$

D'après l'Équation B.2, on obtient l'équation d'équilibre des forces

$$F_y = Y \frac{d}{dx} \left(I_z \frac{d^2 y}{dx^2} \right), \quad (\text{B.6})$$

Dans le cas où la force extérieure dépend de x comme c'est le cas ici pour le poids, il peut être judicieux de considérer la force extérieure par unité de longueur $f_y = \frac{dF_y}{dx}$ qui est constante dans le cas de la pesanteur et pour une poutre de section constante. On a alors une équation d'équilibre des forces linéiques :

$$f_y = Y \frac{d^2}{dx^2} \left(I_z \frac{d^2 y}{dx^2} \right), \quad (\text{B.7})$$

Les équations B.2, B.6 et B.7 constituent les équations d'équilibre d'une poutre faiblement fléchie. Dans le cas d'une poutre de section constante, le moment I_z est indépendant de x et ces équations se simplifient en

$$M_z \vec{e}_z = Y I_z \frac{d^2 y}{dx^2}, \quad (\text{B.8})$$

$$F_y = Y I_z \frac{d^3 y}{dx^3}, \quad (\text{B.9})$$

$$f_y = Y I_z \frac{d^4 y}{dx^4}, \quad (\text{B.10})$$

La force linéique appliquée en tout point de la poutre considérée est constante et vaut

$$f_y = \rho g \pi \frac{d^2}{4}, \quad (\text{B.11})$$

où ρ est la masse volumique de la poutre, g l'accélération de la pesanteur. L'Équation B.10 valable pour une poutre de section constante devient

$$\rho g \pi \frac{d^2}{4} = \frac{E \pi d^4}{64} \frac{d^4 y}{dx^4} , \quad (\text{B.12})$$

Avec $I_z = \frac{\pi d^4}{64}$ pour une poutre pleine de section circulaire.

L'Équation B.12 peut se réécrire sous la forme

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = 16 \frac{\rho g}{E d^2} , \quad (\text{B.13})$$

Après quatre intégrations on obtient :

$$y(x) = \frac{2\rho g}{3Yd^2} x^4 + A x^3 + B x^2 + C x + D , \quad (\text{B.14})$$

où A, B, C, D sont des constantes fixées par les conditions aux limites.

La poutre encastree impose à la fois une condition sur la position y et sur la pente y' au point d'encastrement en $x = 0$, soit

$$y(0) = 0 \quad \text{et} \quad y'(0) = 0 , \quad (\text{B.15})$$

Quant à l'extrémité libre, elle impose à la fois une force appliquée et un moment nul en $x = L$.

$$F_y(L) = 0 \quad \text{et} \quad M_z(L) = 0 , \quad (\text{B.16})$$

Après résolution de ces équations, on obtient :

$$A = -\frac{8\rho g}{3Yd^2} L, \quad B = \frac{4\rho g}{Yd^2} L^2, \quad C = \quad \text{et} \quad D = 0 ,$$

D'où l'équation de la déformée

$$y(x) = \frac{2\rho g}{3Yd^2} (x^4 - 4Lx^3 + 6L^2x^2) , \quad (\text{B.17})$$

On en déduit la flèche de la poutre Δ

$$\Delta = y(L) = \frac{2\rho g L^4}{Yd^2} , \quad (\text{B.18})$$

Ainsi à partir des équations B.17 et B.18, on peut, en ajustant la forme de la poutre déformée, déterminer la valeur du module de Young.

Annexe C

Écoulement

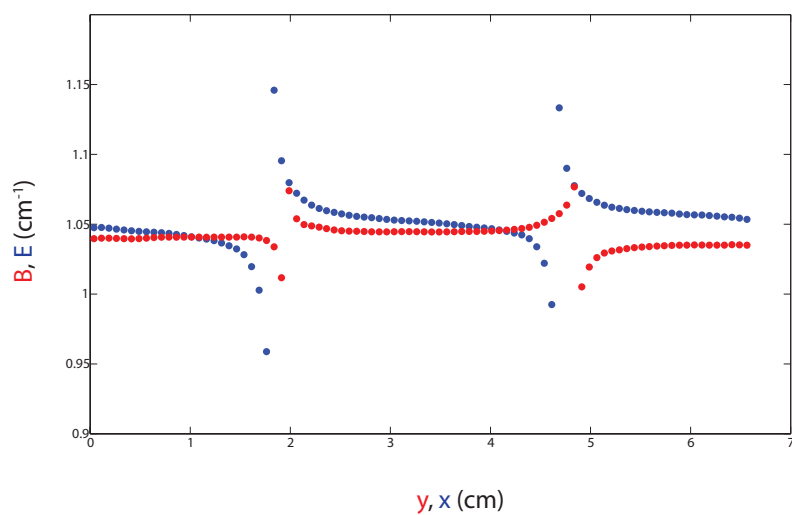


FIGURE C.1 Valeurs des coefficients B et E pour chaque ajustement de la vitesse obtenue par PIV, pour la solution E50 et pour un courant $I = 400\text{mA}$.

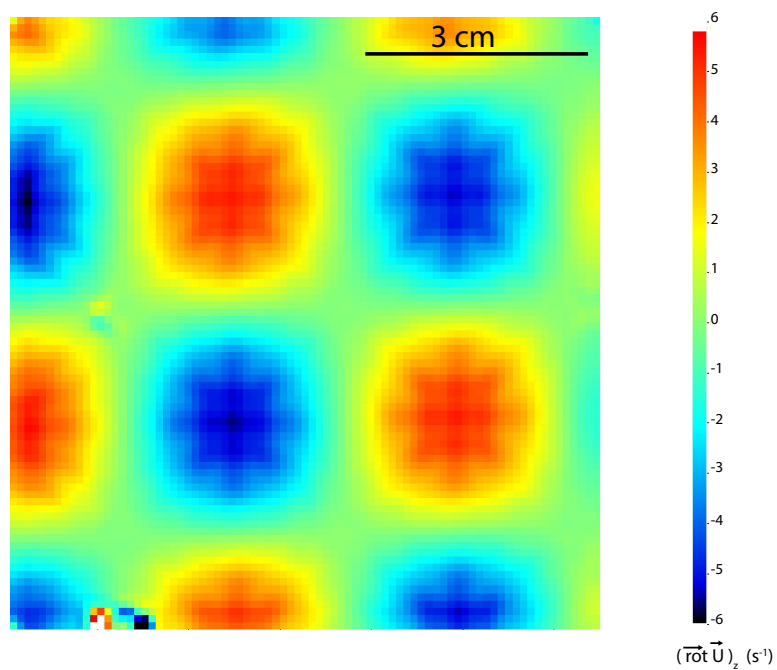


FIGURE C.2 Calcul du rotationnel de l'écoulement dans la direction z à partir de la mesure de PIV réalisée pour la solution E50 et pour un courant $I = 400\text{mA}$.

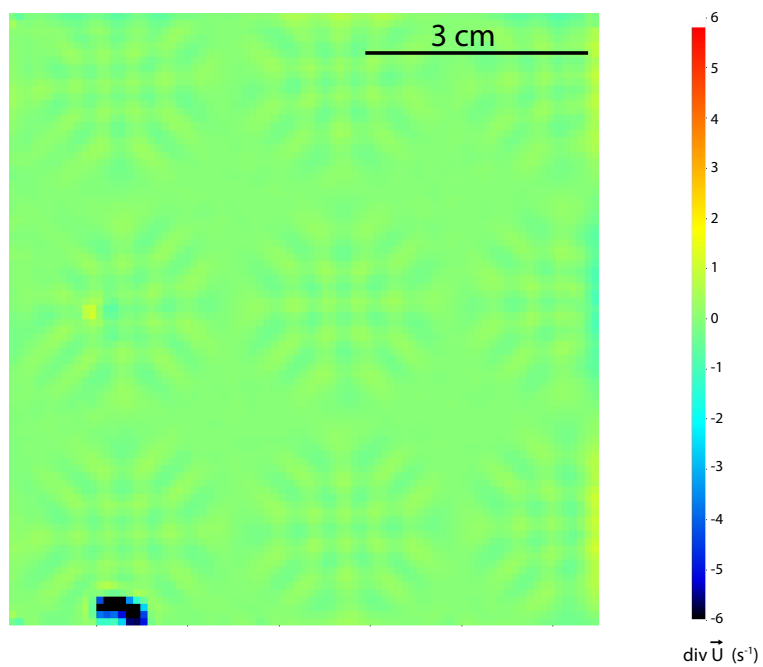


FIGURE C.3 Calcul de la divergence de l'écoulement à partir de la mesure de PIV réalisée pour la solution E50 et pour un courant $I = 400\text{mA}$.

Annexe *D*

Paramètres des simulations numériques

Toutes les simulations numériques sont réalisées avec des filaments décrits par 201 points et pour un pas de temps $dt = 10^{-3}$. Pour la réalisation des différentes analyses de cette thèse nous avons fait varier plusieurs paramètres : le nombre élasto-visqueux Sp , la distance b_0 à l'axe de compression, l'angle θ_0 formé par le filament et l'axe de compression, la déformation A_0 , le rapport $\frac{L}{W}$ et la durée des simulations t_{final} . Les valeurs utilisées pour ces différents paramètres sont récapitulées dans la [Table D.1](#).

Figure	Sp	b_0	A_0	θ_0	t_{final}	$\frac{L}{W}$
« longues » : 4.2 ; 4.3	[90 - 14000]	[0.8-1]	0	$0^\circ ; 3^\circ ; 6^\circ ;$	1000	0.36
« courtes » : 4.2 ; 4.3 ; 4.6 ; 4.7 ; 5.4 ; 5.7 ; 5.8	[90 - 14000]	[0.8 -1]	0	$0^\circ ; 3^\circ ; 6^\circ ;$	200	0.36
4.8	[145-3500]	[0.8-1]	0	$[-30^\circ - 30^\circ]$	20	0.42
4.9 ; 4.14 ; 4.16 ; 4.17 ; 4.18 ; 4.20.a ;	2350	[0.8-1]	0	$[-30^\circ - 30^\circ]$	400	0.42
4.11 ;	[145-3500]	[0.8-1]	[-0.12-0.12]	0°	20	0.42
4.12 ;	2350	[0.825-0.995]	[-0.12-0.12]	$[-30^\circ - 30^\circ]$	20	0.42
5.9 ;	[14000-90]	[0.75-1]	0	0°	1000	0.36
5.11 ;	[14000-90]	[0.75-1]	0	0°	1000	0.03 ; 0.18 ; 0.3 ; 0.35 ; 0.42 ; 0.73 ;

TABLE D.1 Tableau récapitulatif des paramètres utilisés pour la réalisation des simulations numériques.

Annexe E

Méthode de fabrication des nanofibre

Dans cette annexe nous allons présenter la méthode de fabrication de nanofilaments constitués de nanoparticules de Cadmium-Sélénium [83] couvertes de ligant (polymères) permettant lier les nanoparticules entre elles. Dans notre cas nous avons utilisé du polystyrène azide .

Le principe de fabrication des filaments consiste à créer un dépôt de nanoparticules au niveau d'un coins formé par une lame de rasoir et un substrat en déposant à la jonction de la lame et du substrat une goutte de solution de nanoparticule qui est piégé au niveau du coin par l'action des forces capillaires (cf. Figure E.1(a)). L'évaporation du solvant engendre une migration et une déposition des nanoparticules au niveau de la ligne de contact. La réticulation des polymères est ensuite réalisée grâce à une insolation à la lumière UV (de longueur d'onde 245 nm à $400 \mu\text{W}/\text{cm}^2$). Le filament ainsi créé est détaché du substrat, en dissolvant la couche sacrificielle composée de Polyacriamide (PAA), préalablement déposée, en immergeant le substrat dans un bain d'eau.

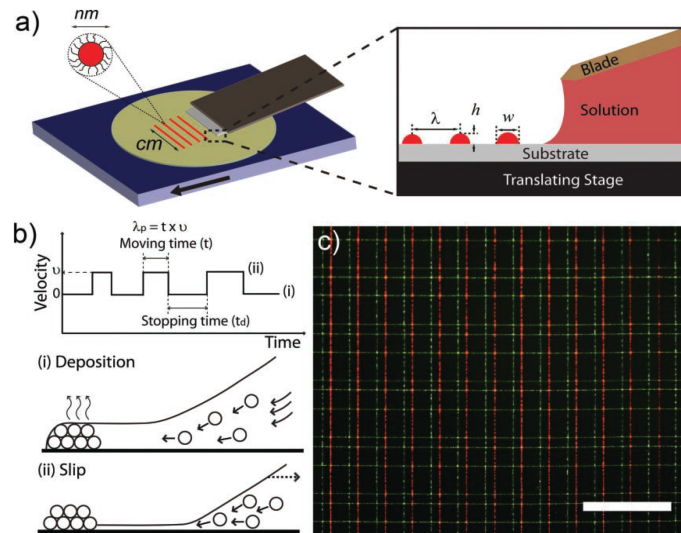


FIGURE E.1 (a) Schéma du dispositif expérimental de fabrication des nanofibres. (b) Profil de vitesse du support. Illustration du dépôt des nanoparticules durant le temps d'arrêt t_d (i) et la phase de glissement de la ligne de contact durant la translation du support (ii). (c) Observation par microscopie des fibres. La barre d'échelle correspond à $200 \mu\text{m}$ [83].

Le dispositif expérimental permettant la réalisation de ces nanofilaments consiste en une

lame de rasoir reliée à un moteur permettant sa translation verticale. La lame est placée au-dessus du substrat à une distance fixe de ce dernier. Le substrat est quant à lui relié à un moteur permettant sa translation horizontale afin de former différentes fibres séparées d'une distance λ_p déterminée par le temps t et la vitesse v de déplacement entre chaque déplacement. Le substrat reste fixe durant un temps t_d (temps de dépôt) qui détermine la hauteur et la largeur de filaments (cf. Figure E.1(b)). Durant le déplacement du substrat le ménisque est étiré puis glisse jusqu'à la nouvelle position de la lame. Sur la Figure E.1(b), on observe grâce à la fluorescence des nanoparticules deux rangées perpendiculaires de filaments encore sur le substrat. La Figure E.2 représente des filaments détachés du substrat. La largeur w et la hauteur h des fibres augmentent avec le temps de dépôt t_d et la concentration de la solution en nanoparticules. En ce qui concerne la longueur de la fibre, elle est fixée par la lame utilisée.

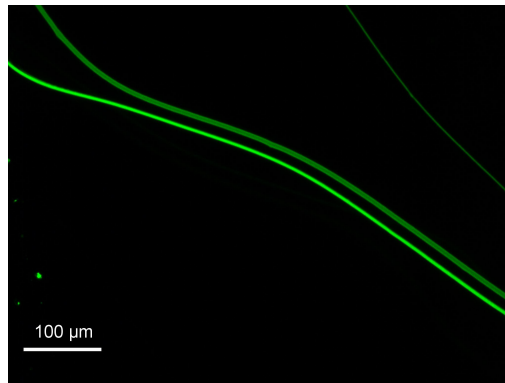


FIGURE E.2 Nanofibres fluorescentes observées au microscope, $r \approx 10 \mu\text{m}$.



Postliminaires

Bibliographie

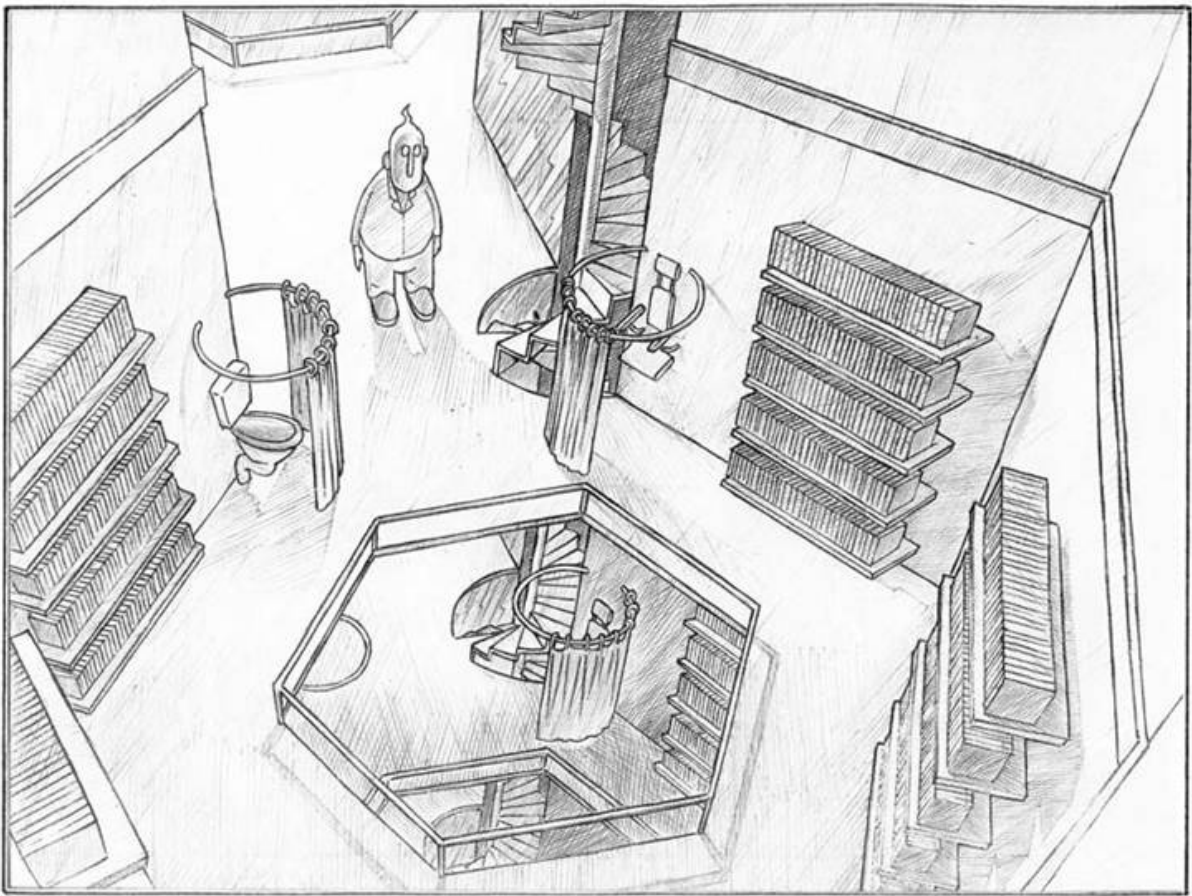


FIGURE E.3 Dessin inspiré de *La Bibliothèque de Babel* de Jorge Luis Borges.
(<http://larevuemoutarde.free.fr/Autresactivites/LaBibliothequedeBabel.htm>)

- [1] J. A. OLSON et R. J. KERESKES, The motion of fibres in turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 1998, volume 377, pages 47–64, DOI : [10.1017/S0022112098002973](https://doi.org/10.1017/S0022112098002973), [URL direct]. Référencé aux pages 15 et 16.
- [2] C. SAUNDERS, S. PECK, G. AGUIRRE VARELA, E. AVILA et N. CASTELLANO, A laboratory study of the influence of water vapour and mixing on the charge transfer process during collisions between ice crystals and graupel. *Atmospheric Research*, 2001, volume 58, pages 187–203, DOI : [10.1016/S0169-8095\(01\)00090-4](https://doi.org/10.1016/S0169-8095(01)00090-4), [URL direct]. Référencé à la page 15.
- [3] C. SAUNDERS, A laboratory study of the effects of rime ice accretion and heating on charge transfer during ice crystal-graupel collisions. *Atmospheric Research*, 1999, pages 99–117. Référencé à la page 15.
- [4] G. B. JEFFERY, The Motion of Ellipsoidal Particles Immersed in a Viscous Fluid. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1922, volume 102, pages 161–179, DOI : [10.1098/rspa.1922.0078](https://doi.org/10.1098/rspa.1922.0078), [URL direct]. Référencé à la page 16.
- [5] S. PARSA, J. S. GUASTO, M. KISHORE, N. T. OUELLETTE, J. P. GOLLUB et G. A. VOTH, Rotation and alignment of rods in two-dimensional chaotic flow. *Physics of Fluids*, 2011, volume 23, numéro 4, page 043302, DOI : [10.1063/1.3570526](https://doi.org/10.1063/1.3570526), [URL direct]. Référencé à la page 16.
- [6] N. T. OUELLETTE, P. O'MALLEY et J. P. GOLLUB, Transport of Finite-Sized Particles in Chaotic Flow. *Physical Review Letters*, 2008, volume 101, pages 1–4, DOI : [10.1103/PhysRevLett.101.174504](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.101.174504), [URL direct]. Référencé à la page 16.
- [7] B. Y. J. GRAY, Studies in animal locomotion. VI . The propulsive powers of the dolphin. 1936. Référencé à la page 16.
- [8] G. I. TAYLOR, Analysis of the Swimming of Long and Narrow Animals. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1952, volume 214, pages 158–183, DOI : [10.1098/rspa.1952.0159](https://doi.org/10.1098/rspa.1952.0159), [URL direct]. Référencé à la page 16.
- [9] Y. T. WU, The mechanics of swimming. *Biomechanics : Proc. Symp. Naval Hydrodyn.*, 1966, pages 187–204. Référencé à la page 16.
- [10] M. J. LIGHTHILL, Large-Amplitude Elongated-Body Theory of Fish Locomotion. *Proceedings of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, 1971, volume 179, numéro 1055, pages 125–138. Référencé à la page 16.
- [11] R. GODOY-DIANA, C. MARAIS, J.-L. AIDER et J. E. WESFREID, A model for the symmetry breaking of the reverse Bénard von Kármán vortex street produced by a flapping foil. *Journal of Fluid Mechanics*, 2009, volume 622, page 23, DOI : [10.1017/S0022112008005727](https://doi.org/10.1017/S0022112008005727), [URL direct]. Référencé à la page 16.
- [12] S. RAMANANARIVO, R. GODOY-DIANA et B. THIRIA, Rather than resonance, flapping wing flyers may play on aerodynamics to improve performance. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2011, volume 108, pages 5964–5969, DOI : [10.1073/pnas.1017910108](https://doi.org/10.1073/pnas.1017910108), [URL direct]. Référencé à la page 16.
- [13] J. DUPIRE, M. ABKARIAN et A. VIALLAT, Chaotic Dynamics of Red Blood Cells in a Sinusoidal Flow. *Physical Review Letters*, 2010, volume 104, page 168101, DOI : [10.1103/PhysRevLett.104.168101](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.104.168101), [URL direct]. Référencé à la page 16.

- [14] A. M. FORSYTH, J. WAN, P. D. OWRUTSKY, M. ABKARIAN et H. A. STONE, Multiscale approach to link red blood cell dynamics, shear viscosity, and ATP release. 2011, pages 1–6, DOI : [10.1073/pnas.1101315108/-/DCSupplemental](https://doi.org/10.1073/pnas.1101315108/-/DCSupplemental).www.pnas.org/cgi/doi/10.1073/pnas.1101315108. Référencé à la page 16.
- [15] M. ABKARIAN et A. VIALLAT, Vesicles and red blood cells in shear flow. *Soft Matter*, 2008, volume 4, numéro 4, page 653, DOI : [10.1039/b716612e](https://doi.org/10.1039/b716612e), [\[URL direct\]](#). Référencé aux pages 16 et 17.
- [16] R. LARSON : *The Structure and Rheology of Complex Fluids*. Oxford University Press 1999. Référencé à la page 17.
- [17] P. G. DE GENNES, Coil-stretch transition of dilute flexible polymers under ultrahigh velocity gradients. *The Journal of Chemical Physics*, 1974, volume 60, numéro 12, page 5030, DOI : [10.1063/1.1681018](https://doi.org/10.1063/1.1681018), [\[URL direct\]](#). Référencé à la page 17.
- [18] J. FULLER et L. J. LEAL, Flow birefringence of dilute polymer solutions in two-dimensional flows. *Rheologica Acta*, 1980, volume 19, pages 580–600. Référencé à la page 17.
- [19] P. COUSSOT et J. GROSSIORD : *Comprendre la rhéologie : De la circulation du sang à la prise du béton*. EDP Sciences 2002. Référencé à la page 17.
- [20] R. BIRD et O. HASSAGER : *Dynamics of Polymeric Liquids : Fluid mechanics*. 1987. Référencé à la page 17.
- [21] M. DOI : *Introduction to Polymer Physics*. Clarendon Press, 1996. Référencé à la page 17.
- [22] P. G. de GENNES, Polymer physics : Molecular individualism. *Science*, 1997, volume 276, pages 1999–2000, DOI : [10.1126/science.276.5321.1999](https://doi.org/10.1126/science.276.5321.1999), [\[URL direct\]](#). Référencé à la page 17.
- [23] C. M. SCHROEDER, H. P. BABCOCK, E. S. G. SHAQFEH et S. CHU, Observation of polymer conformation hysteresis in extensional flow. *Science*, 2003, volume 301, pages 1515–1519, DOI : [10.1126/science.1086070](https://doi.org/10.1126/science.1086070), [\[URL direct\]](#). Référencé à la page 17.
- [24] T. T. PERKINS, Single Polymer Dynamics in an Elongational Flow. *Science*, 1997, volume 276, pages 2016–2021, DOI : [10.1126/science.276.5321.2016](https://doi.org/10.1126/science.276.5321.2016), [\[URL direct\]](#). Référencé aux pages 17 et 18.
- [25] V. BECK et E. S. G. SHAQFEH, Ergodicity breaking and conformational hysteresis in the dynamics of a polymer tethered at a surface stagnation point. *The Journal of chemical physics*, 2006, volume 124, page 94902, DOI : [10.1063/1.2171963](https://doi.org/10.1063/1.2171963), [\[URL direct\]](#). Référencé aux pages 17 et 18.
- [26] T. T. PERKINS, S. R. QUAKE, D. E. SMITH et S. CHU, Relaxation of a single DNA molecule observed by optical microscopy. *Science*, 1994, volume 264, pages 822–826, [\[URL direct\]](#). Référencé à la page 17.
- [27] R. G. LARSON, E. S. G. SHAQFEH et S. J. MULLER, A purely elastic instability in Taylor-Couette flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 2006, volume 218, pages 791–810, DOI : [10.1017/S0022112090001124](https://doi.org/10.1017/S0022112090001124), [\[URL direct\]](#). Référencé à la page 17.
- [28] G. H. MCKINLEY, P. PAKDEL et A. OZTEKIN, Rheological and geometric scaling of purely elastic flow instabilities. 1996, volume 67, pages 19–47. Référencé à la page 17.

- [29] S. BERTI et G. BOFFETTA, Elastic waves and transition to elastic turbulence in a two-dimensional viscoelastic Kolmogorov flow. *Physical Review E*, 2010, volume 82, page 036314, DOI : [10.1103/PhysRevE.82.036314](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.82.036314), [URL direct]. Référencé à la page 17.
- [30] J. ZILZ, R. J. POOLE, M. A. ALVES, D. BARTOLO, B. LEVACHÉ et A. LINDNER, Geometric scaling of a purely elastic flow instability in serpentine channels. *Journal of Fluid Mechanics*, 2012, volume 712, pages 203–218, DOI : [10.1017/jfm.2012.411](https://doi.org/10.1017/jfm.2012.411), [URL direct]. Référencé aux pages 17 et 18.
- [31] G. TAYLOR, Analysis of the swimming of microscopic organisms. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1951, volume 209, numéro 1099, pages 447–461, DOI : [10.1098/rspa.1951.0218](https://doi.org/10.1098/rspa.1951.0218). Référencé à la page 18.
- [32] B. Y. J. GRAY et G. J. HANCOCK, The Propulsion of Sea-Urchin Spermatozoa. *The journal of Experimental Biology*, 1955, volume 32, pages 802–814. Référencé à la page 18.
- [33] H. C. BERG et R. A. ANDERSON, Bacteria Swim by Rotating their Flagellar Filaments. *Nature*, 1973, volume 245, pages 380–382, DOI : [10.1038/245380a0](https://doi.org/10.1038/245380a0). Référencé à la page 19.
- [34] M. ROPER, R. DREYFUS, J. BAUDRY, M. FERMIGIER, J. BIBETTE et H. A. STONE, On the dynamics of magnetically driven elastic filaments. *Journal of Fluid Mechanics*, 2006, volume 554, page 167, DOI : [10.1017/S0022112006009049](https://doi.org/10.1017/S0022112006009049), [URL direct]. Référencé à la page 19.
- [35] E. M. PURCELL, Life at low Reynolds number. *American Journal of Physics*, 1977, volume 45, numéro 1, page 3, DOI : [10.1119/1.10903](https://doi.org/10.1119/1.10903), [URL direct]. Référencé à la page 19.
- [36] A. NAJAFI et R. GOLESTANIAN, Simple swimmer at low Reynolds number : Three linked spheres. *Physical Review E*, 2004, volume 69, pages 3–6, DOI : [10.1103/PhysRevE.69.062901](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.69.062901), [URL direct]. Référencé à la page 19.
- [37] S. CAMALET et F. JULICHER, Generic aspects of axonemal beating. *New Journal of Physics*, 2000, volume 2, pages 24.2–24.23. Référencé à la page 19.
- [38] E. LAUGA, Floppy swimming : Viscous locomotion of actuated elastica. *Physical Review E*, 2007, volume 75, pages 1–16, DOI : [10.1103/PhysRevE.75.041916](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.75.041916), [URL direct]. Référencé aux pages 19 et 33.
- [39] L. E. BECKER, S. A. KOEHLER et H. A. STONE, On self-propulsion of micro-machines at low Reynolds number : Purcells three-link swimmer. *Journal of Fluid Mechanics*, 2003, volume 490, pages 15–35, DOI : [10.1017/S0022112003005184](https://doi.org/10.1017/S0022112003005184), [URL direct]. Référencé à la page 19.
- [40] J. E. AVRON, O. KENNETH et D. H. OAKNIN, Pushmepullyou : an efficient micro-swimmer. *New Journal of Physics*, 2005, volume 7, pages 234–234, DOI : [10.1088/1367-2630/7/1/234](https://doi.org/10.1088/1367-2630/7/1/234), [URL direct]. Référencé à la page 19.
- [41] C. H. WIGGINS et R. E. GOLDSTEIN, Flexive and Propulsive Dynamics of Elastica at Low Reynolds Number. 1998, volume 2, numéro 3, pages 3879–3882. Référencé à la page 19.
- [42] H. WADA et R. R. NETZ, Non-equilibrium hydrodynamics of a rotating filament. *Europhysics Letters (EPL)*, 2006, volume 75, pages 645–651, DOI : [10.1209/epl/i2006-10155-0](https://doi.org/10.1209/epl/i2006-10155-0), [URL direct]. Référencé à la page 19.
- [43] S. N. KHADERI et P. R. ONCK, Fluid-structure interaction of three-dimensional magnetic artificial cilia. *Journal of Fluid Mechanics*, 2012, volume 708, pages 303–328, DOI : [10.1017/jfm.2012.306](https://doi.org/10.1017/jfm.2012.306), [URL direct]. Référencé à la page 19.

- [44] J. A. KREILINGT, Swims with a planar waveform similar to that of eukaryotic flagella. 1994, volume 91, page 3437. Référencé à la page 19.
- [45] N. DARNTON, L. TURNER, K. BREUER et H. C. BERG, Moving fluid with bacterial carpets. *Biophysical journal*, 2004, volume 86, pages 1863–70, DOI : [10.1016/S0006-3495\(04\)74253-8](https://doi.org/10.1016/S0006-3495(04)74253-8), [URL direct]. Référencé à la page 19.
- [46] A. BABATAHERI, M. ROPER, M. FERMIGIER et O. DU ROURE, Tethered fleximags as artificial cilia. *Journal of Fluid Mechanics*, 2011, volume 678, pages 5–13, DOI : [10.1017/S002211201100005X](https://doi.org/10.1017/S002211201100005X), [URL direct]. Référencé à la page 19.
- [47] N. COQ, O. DU ROURE, M. FERMIGIER et D. BARTOLO, Helical beating of an actuated elastic filament. *Journal of physics. Condensed matter*, 2009, volume 21, page 204109, DOI : [10.1088/0953-8984/21/20/204109](https://doi.org/10.1088/0953-8984/21/20/204109), [URL direct]. Référencé à la page 19.
- [48] R. DREYFUS, J. BAUDRY, M. L. ROPER, M. FERMIGIER, H. a. STONE et J. BIBETTE, Microscopic artificial swimmers. *Nature*, 2005, volume 437, pages 862–5, DOI : [10.1038/nature04090](https://doi.org/10.1038/nature04090), [URL direct]. Référencé à la page 19.
- [49] M. COSENTINO LAGOMARSINO, I. PAGONABARRAGA et C. LOWE, Hydrodynamic Induced Deformation and Orientation of a Microscopic Elastic Filament. *Physical Review Letters*, 2005, volume 94, page 148104, DOI : [10.1103/PhysRevLett.94.148104](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.94.148104), [URL direct]. Référencé à la page 22.
- [50] J. M. STOCKIE et I. G. SHELDON, Simulating the Motion of Flexible Pulp Fibres Using the Immersed Boundary Method. *Journal of Computational Physics*. Référencé à la page 22.
- [51] C. JOUNG, N. PHAN-THIEN et F. X.J., Direct simulation of flexible fibers. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 2001, volume 99. Référencé à la page 22.
- [52] C. POZRIKIDIS, Shear flow past slender elastic rods attached to a plane. *International Journal of Solids and Structures*, 2011, volume 48, pages 137–143, DOI : [10.1016/j.ijsolstr.2010.09.012](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2010.09.012), [URL direct]. Référencé à la page 22.
- [53] Y.-N. YOUNG, M. DOWNS et C. R. JACOBS, Dynamics of the primary cilium in shear flow. *Biophysical journal*, 2012, volume 103, pages 629–39, DOI : [10.1016/j.bpj.2012.07.009](https://doi.org/10.1016/j.bpj.2012.07.009), [URL direct]. Référencé à la page 22.
- [54] B. SEMIN, J. P. HULIN et H. AURADOU, Influence of flow confinement on the drag force on a static cylinder. *Physics of Fluids*, 2009, volume 21, numéro 10, page 103604, DOI : [10.1063/1.3253324](https://doi.org/10.1063/1.3253324), [URL direct]. Référencé à la page 22.
- [55] H. BERTHET, M. FERMIGIER et A. LINDNER, Single fiber transport in a confined channel : microfluidic experiments and numerical study. *En préparation*. Référencé à la page 22.
- [56] J. WEXLER, H. T. TRINH, H. BERTHET, N. QUENNOUZ, H. E. DU ROURE, O. and Huppert, A. LINDNER et H. A. STONE, Bending of elastic fibres in viscous flows : the influence of confinement. *J. Fluid Mech. accepté*. Référencé aux pages 22, 24, 25 et 26.
- [57] L. BECKER et M. SHELLEY, Instability of Elastic Filaments in Shear Flow Yields First-Normal-Stress Differences. *Physical Review Letters*, 2001, volume 87, pages 1–4, DOI : [10.1103/PhysRevLett.87.198301](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.87.198301), [URL direct]. Référencé aux pages 22 et 23.
- [58] A. TORNBERG et M. J. SHELLEY, Simulating the dynamics and interactions of flexible fibers in Stokes flows. *Journal of Computational Physics*, 2004, volume 196, pages 8–40, DOI : [10.1016/j.jcp.2003.10.017](https://doi.org/10.1016/j.jcp.2003.10.017). Référencé à la page 22.

- [59] R. RUSCONI, S. LECUYER, L. GUGLIELMINI et H. A. STONE, Laminar flow around corners triggers the formation of biofilm streamers. *Journal of the Royal Society, Interface / the Royal Society*, 2010, volume 7, pages 1293–9, DOI : [10.1098/rsif.2010.0096](https://doi.org/10.1098/rsif.2010.0096), [URL direct]. Référencé aux pages 23 et 24.
- [60] L. GUGLIELMINI, A. KUSHWAHA, E. SHAQFEH et H. A. STONE, Buckling transitions of a beam at a stagnation point. *Center for turbulence Research Annual Research Briefs*, 2011, numéro 2007. Référencé aux pages 23 et 24.
- [61] Y.-N. YOUNG et M. SHELLEY, Stretch-Coil Transition and Transport of Fibers in Cellular Flows. *Physical Review Letters*, 2007, volume 99, page 058303, DOI : [10.1103/PhysRevLett.99.058303](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.99.058303), [URL direct]. Référencé aux pages 23, 26, 27, 28, 29, 34, 61, 70, 92, 96, 97, 98, 99 et 100.
- [62] V. KANTSLER et R. E. GOLDSTEIN, Fluctuations , Dynamics , and the Stretch-Coil Transition of Single Actin Filaments in Extensional Flows. *Transition*, 2012, volume 038103, numéro January, pages 1–5, DOI : [10.1103/PhysRevLett.108.038103](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.038103). Référencé aux pages 23, 24, 28, 29, 65 et 66.
- [63] N. AUTRUSSON, L. GUGLIELMINI, S. LECUYER, R. RUSCONI et H. A. STONE, The shape of an elastic filament in a two-dimensional corner flow. *Physics of fluids*, 2011, volume 23, numéro 1, pages 1–8. Référencé à la page 24.
- [64] D. DENDUKURI, S. S. GU, D. C. PREGIBON, T. A. HATTON et P. S. DOYLE, Stop-flow lithography in a microfluidic device. *Lab on a chip*, 2007, volume 7, pages 818–28, DOI : [10.1039/b703457a](https://doi.org/10.1039/b703457a), [URL direct]. Référencé à la page 25.
- [65] H. MANIKANTAN et D. SAINTILLAN : Dynamics of Semiflexible Biopolymers in Microscale Flows : tumbling, stretching, buckling, trapping. In *Fluid & Elasticity La Jolla*, 2012. Référencé à la page 27.
- [66] S. TIMOSHENKO : *Résistance des matériaux : théorie élémentaire et problèmes*. Dunod, 1968. Référencé aux pages 30 et 32.
- [67] BATCHELOR, Slender-body theory for particles of arbitrary cross-section in Stokes flow. *J. Fluid. Mech.*, 1970, volume 44, pages 419–440. Référencé aux pages 32 et 71.
- [68] R. G. COX, The motion of long slender bodies in a viscous fluid. part 1. General theory. *Journal of Fluid Mechanics*, 1970, volume 44. Référencé à la page 32.
- [69] R. G. COX, The motion of long slender bodies in a viscous fluid. part 2. shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 2006, volume 45, page 625, DOI : [10.1017/S0022112071000259](https://doi.org/10.1017/S0022112071000259), [URL direct]. Référencé à la page 32.
- [70] E. O. TUCK, Some methods for flows past blunt slender bodies. *Journal of Fluid Mechanics*, 1964, volume 18, page 619, DOI : [10.1017/S0022112064000453](https://doi.org/10.1017/S0022112064000453), [URL direct]. Référencé à la page 32.
- [71] A. E. HANSEN, D. MARTEAU et P. TABELING, Two-dimensional turbulence and dispersion in a freely decaying system. *Physical Review E*, 1998, volume 58, numéro 6, pages 7261–7271. Référencé à la page 36.
- [72] G. A. VOTH, T. C. SAINT, G. DOBLER et J. P. GOLLUB, Mixing rates and symmetry breaking in two-dimensional chaotic flow. *Physics of Fluids*, 2003, volume 15, numéro 9, page 2560, DOI : [10.1063/1.1596915](https://doi.org/10.1063/1.1596915), [URL direct]. Référencé à la page 36.

- [73] E. GUYON, J. HULIN et L. PETIT : *Hydrodynamique Physique*. collection 2, 1991. Référencé à la page 38.
- [74] A. MARCHAND, Mouillage statique et dynamique : Influences géométriques aux échelles moléculaires. *Thèse UPMC*, 2011. Référencé à la page 40.
- [75] P. OSWALD : *Rhéophysique : Ou comment coule la matière*. Belin, collection Échelles, 2005, 603 pages. Référencé aux pages 42, 43 et 115.
- [76] L. MAHADEVAN et J. B. KELLER, Periodic Folding of Thin Sheets. *SIAM Review*, 1999, volume 41, pages 115–131, DOI : [10.1137/S0036144598339166](https://doi.org/10.1137/S0036144598339166), [URL direct]. Référencé à la page 44.
- [77] W. H. PRESS, S. A. TEUKOLSKY, W. T. VETTERLING et F. B. P. : 3 . 3 Cubic Spline Interpolation. In *Numerical Recipes*, chapitre 3, pages 107–110. collection Cambridge, 1987. Référencé à la page 50.
- [78] E. WANDERSMAN, N. QUENNOUZ, M. FERMIGIER, A. LINDNER et O. DU ROURE, Buckled in translation. *Soft Matter*, 2010, volume 6, numéro 22, page 5715, DOI : [10.1039/c0sm00132e](https://doi.org/10.1039/c0sm00132e), [URL direct]. Référencé aux pages 57, 58, 59, 62, 92, 93 et 94.
- [79] A. A. EVANS, S. E. SPAGNOLIE, D. BARTOLO et E. LAUGA, Elastocapillary self-folding : buckling, wrinkling, and collapse of floating filaments. *à paraître*, 2012. Référencé à la page 60.
- [80] M. SHELLEY, Linear Stability Analysis. *Communication privée*, 2012. Référencé aux pages 65, 67 et 68.
- [81] N. QUENNOUZ, M. SHELLEY, O. DU ROURE et A. LINDNER, Single fiber transport in a confined channel : microfluidic experiments and numerical study. *En préparation*. Référencé à la page 70.
- [82] O. BONHOMME, J. LENG et A. COLIN, Microfluidic wet-spinning of alginate microfibers : a theoretical analysis of fiber formation. *Soft Matter*, 2012, volume 8, numéro 41, page 10641, DOI : [10.1039/c2sm25552a](https://doi.org/10.1039/c2sm25552a), [URL direct]. Référencé à la page 102.
- [83] H. S. KIM, C. H. LEE, P. K. SUDEEP, T. EMRICK et A. J. CROSBY, Nanoparticle stripes, grids, and ribbons produced by flow coating. *Advanced materials*, 2010, volume 22, pages 4600–4604, DOI : [10.1002/adma.201001892](https://doi.org/10.1002/adma.201001892), [URL direct]. Référencé aux pages 103 et 125.

**DÉFORMATION ET TRANSPORT
D'UN FILAMENT ÉLASTIQUE DANS
UN ÉCOULEMENT CELLULAIRE VISQUEUX**

Résumé Ce travail porte sur l'étude de la déformation et le transport d'un filament élastique dans un écoulement cellulaire visqueux. Pour cette étude nous avons utilisé un système expérimental modèle simple constitué d'un filament élastique centimétrique de géométrie et d'élasticité contrôlées et d'un écoulement constitué d'un réseau de points de stagnation.

Dans un premier temps, nous avons caractérisé l'instabilité de flambage du filament à l'approche d'un point de stagnation. Nous avons ainsi montré que cette instabilité est contrôlée par le nombre élasto-visqueux Sp qui compare l'intensité relative des forces visqueuses qui tendent à déformer le filament et des forces élastiques qui cherchent à le maintenir droit.

Nous avons ensuite mis en évidence que les paramètres liés à la dynamique de la fibre évoluant librement à la surface de l'écoulement sont des paramètres cruciaux déterminant si le filament flambe ou pas à l'approche d'un point de stagnation. Cette analyse s'est aussi appuyée sur des simulations numériques modélisant le même système en collaboration avec Michael Shelley. La caractérisation de ces différents paramètres et de leur influence sur l'instabilité de flambage permet ainsi la prédiction de l'existence ou non d'un événement de flambage à partir du nombre élasto-visqueux Sp et des paramètres dynamiques du filament.

Enfin nous nous sommes intéressés à la manière dont la déformation du filament et sa taille influent sur ses propriétés de transport.

Mots-clés Interaction fluide/structure, flambage, forces élastiques, forces visqueuses, nombre élasto-visqueux

**DEFORMATION AND TRANSPORT
OF AN ELASTIC FILAMENT IN
A VISCOUS CELLULAR FLOW**

Abstract We study the deformation and transport of an elastic filament in a viscous cellular flow. We used a simple experimental model system consisting of a one centimeter long elastic filament with controlled geometry and elasticity and a viscous flow formed by a lattice of stagnation points.

First, we characterized the buckling instability of the filament approaching a stagnation point. We have shown that this instability is controlled by the elasto-viscous number Sp which compares the relative intensity of the viscous forces deforming the filament and the elastic forces resisting the deformation.

Then, we showed that the parameters related to the dynamics of the fiber transported are crucial in the prediction of the buckling probability. In parallel to the experimental analysis, numerical simulations were performed in collaboration with Michael Shelley. The characterization of the dynamical parameters and their influence on the buckling instability allows the prediction of a buckling event as a function of the elasto-viscous number Sp and the dynamical parameters linked to the transport of filament accross the lattice.

Finally, we investigated how the deformation and the size of the filament affect its transport properties.

Keywords Fluid/structure interaction, buckling, elastic forces, viscous forces, elasto-viscous number